

# Das Weber-Fechner'sche Gesetz unter besonderer Berücksichtigung der Süßintensität

Konrad Hoppe (2008)

## The law of Weber and Fechner – accounting especially for the sweetness intensity

### Abstract

The psychophysical law of Weber and Fechner is a construction of an experimentally determined difference quotient of the quantities *stimulus* and *response*. These *difference thresholds* in dependence on the coordinated basic stimuli are called the *Weberfunction*, which are represented as a differential equation. In case of linearity the law mentioned comes out by an integration of the reciprocal function. If the methodical bordering conditions are obeyed for the determination of the difference threshold, then a *unit scale* of the response intensity is obtained. For the sweetness intensity the Weberfunction proves to be exponential.

### Zusammenfassung

Das psychophysische Weber-Fechner'sche Gesetz ist eine Konstruktion aus experimentell bestimmten Differenzenquotienten von Reiz- und Empfindungsgrößen. Diese Unterschiedsschwellen in Abhängigkeit von den zugehörigen Basisreizen werden als Weberfunktion bezeichnet und in Form einer Differentialgleichung dargestellt. Im Fall der Linearität wird nach Integration der reziproken Funktion das vorgenannte Gesetz erhalten. Wenn die methodischen Randbedingungen bei der Bestimmung der Unterschiedsschwelle beherrscht werden, wird für die Empfindungsintensität eine Einheitenskala erhalten. Für die Süßintensität ist die Weberfunktion exponentiell.

## Einleitung

Das Weber-Fechner'sche Gesetz beschreibt den Zusammenhang zwischen der subjektiven Intensität von Sinneseindrücken und der messbaren Größe des einwirkenden adäquaten Reizes. Es wird deshalb auch psychophysisches Gesetz genannt. Im Allgemeinen folgt für viele Sinnesqualitäten einer geometrischen Reizänderung nur eine arithmetische Änderung der subjektiven Intensität, welche bei logarithmischer Transformation der Reizgrößen linearisiert wird. Gustav Theodor Fechner (1801-1887) begründete 1860 mit diesem Grundgesetz die Psychophysik.

## Methodische Grundlagen

Die klassische messtechnische Grundlage für den Zusammenhang zwischen Reiz- und Empfindungsintensität ist der paarweise Vergleich der Intensitäten zweier nur wenig verschiedener Reizgrößen mit Hilfe der Urteilkategorien „kleiner als“, „gleich“ und „größer als“ bei Festlegung einer dieser Größen als Basisreiz. Durchläuft der Vergleichsreiz in kleinen äquidistanten Schritten den Bereich von deutlich kleiner bis deutlich größer so gibt der Übergang von „gleich“ zu „größer als“ das Schwellenkriterium für die Unterschiedsschwelle an. Ernst Heinrich Weber (1795-1878) untersuchte für verschiedene Sinnesqualitäten mit diesem, später von Wilhelm Wundt (1832-1920) als Methode der Minimaländerungen bezeichneten Verfahren die Abhängigkeit der Unterschiedsschwellen  $U_S$  vom Basisreiz  $S$ .  $S$  steht für Stimulus anstelle des klassischen  $R$  wie Reiz. Zur Sicherung des Schwellenreizes wechselte er am Übergang mehrfach die Durchlaufrichtung. Bei Variation des Basisreizes fand er, dass die Unterschiedsschwellen im Allgemeinen linear von diesem abhängen. Es gilt:

$$U_S = f(S) = kS \quad (1)$$

die Weber-Funktion (Pfanzagel, 1962) mit dem Anstieg  $k$ . Dieser kann, im angegebenen Fall, als konstanter Weber-Quotient ausgewiesen werden:

$$k = U_S/S . \quad (1a)$$

Diesen Quotienten hielt Weber selbst für qualitätsspezifisch und als seine wesentliche Entdeckung. Fechner nannte diese Konstanz das Weber'sche Gesetz, erkannte jedoch, dass die Weberfunktionen im stochastischen Zusammenhang wie Differentialgleichungen behandelt werden können, weil die Unterschiedsschwellen von der experimentellen Methode her bei einer konstanten und zugleich differentiellen Intensitätsdifferenz  $dR$

bestimmt werden.  $R$  steht für Response anstelle des klassischen  $E$  wie Empfindung. Wie Abb. 1 (Hoppe, 2001) zeigt, liegt, bei einer angemessen großen Zahl von Durchläufen der Vergleichsreize, der Kategorienübergang von „gleich“ nach „größer als“ bei einer relativen Häufigkeit von 50 %, ohne Gleichurteil bei 75 %. Dieses Schwellenkriterium ist als Mittelwert die stochastisch beste Maßgröße für die Intensitätsdifferenz  $dR$  und die entsprechende Unterschiedsschwelle. Diese statistische Betrachtung wurde von Fechner als Methode der richtigen und falschen Fälle vorgeschlagen, und später von Georg Elias Müller (1850-1934) als Konstantreizmethode bezeichnet.

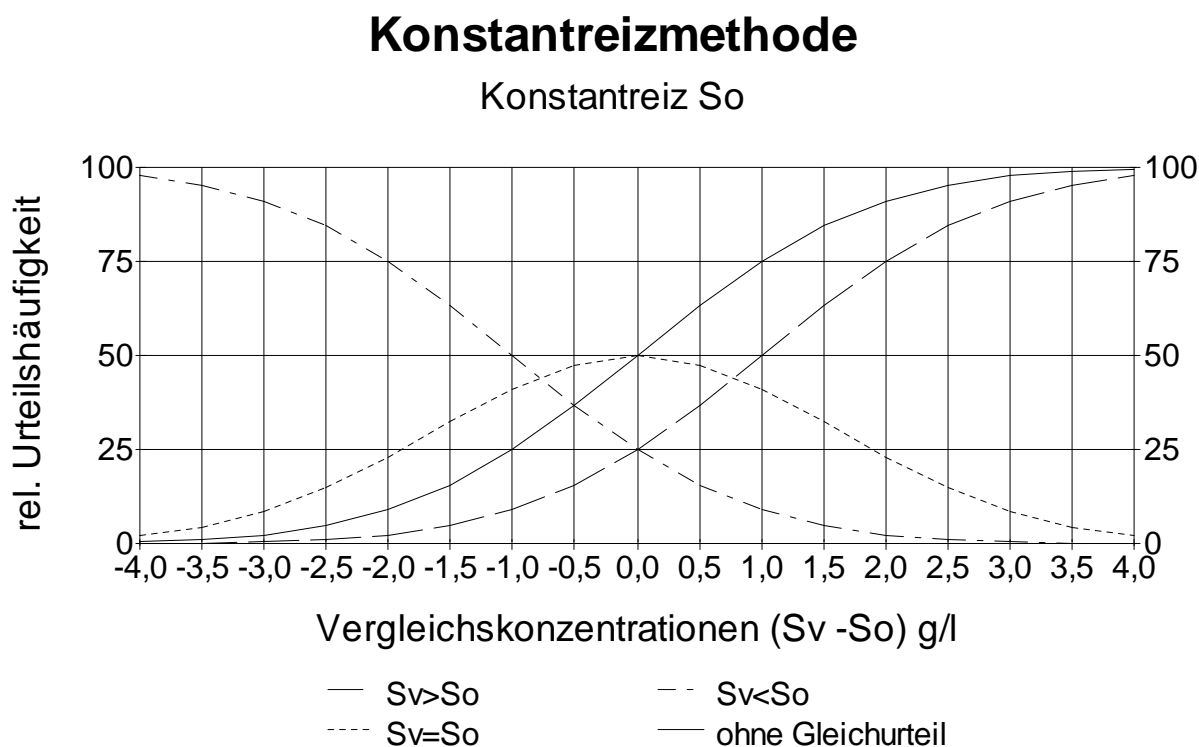


Abb. 1: Relative Urteilshäufigkeiten beim paarweisen Vergleich von Vergleichsreizen  $S_v$  mit einem Konstantreiz  $S_0$  idealisiert einmal mit den Hauptfällen "Kleiner als", "Gleich" und "Größer als  $S_0$ ", und zum anderen nur mit dem Urteil "Größer als". Die Abszisse ist in Unterschiedsschweleneinheiten des Vergleichsreizes geteilt. Der Konstantreiz kann die gleiche Substanz oder eine andere süße Substanz oder eine süße Mischung vorstellen. Süßgleichheit ist die Mitte des Gleichbereiches oder bei nur einem abgeforderten Urteil der für 50% berechnete Wert der Vergleichskonzentration.

Es gilt für die von Fechner als Fundamentalformel bezeichnete, aus der Weber-Funktion abgeleitete Differentialgleichung:

$$U_S/dR = f(S), \tag{2}$$

wobei die  $U_S$  unter Abspaltung eines methodenbedingten Faktors, der in  $f(S)$ , bzw. den Anstieg  $k$  eingeht, als Differential  $dS$  gelten kann:

$$dS/dR = f(S), \text{ und reziprok: } dR/dS = 1/f(S). \quad (2a)$$

Integration mit  $f(S) = kS$  ergibt die Empfindungsintensität  $R$  als:

$$R = (\int dS/S)/k = (\ln(S))/k + C. \quad (3)$$

Die Integrationskonstante  $C$  kann mit  $-(\ln(S_1))/k$  auf einen definierten unteren Schwellenreiz  $S_1$  als Skalenursprung bezogen werden, so dass die von Fechner als Maßformel bezeichnete Form des Weber-Fechner'schen Gesetzes

$$R = (\ln(S/S_1))/k \quad (3a)$$

erhalten wird. Es handelt sich um eine technische Einheitenskala mit einer konstanten Empfindungsdifferenz  $dR = 1$ , Diese beruht auf der experimentellen Bestimmung der Unterschiedsschwelle unter Beherrschung sinnesqualitätsspezifischer Randbedingungen und allgemeiner statistischer Regeln. Der Anstieg  $k$  der sich ergebenden Weberfunktion ist von diesen Randbedingungen abhängig. Die Gültigkeit der allgemeinen Weberfunktion  $f(S)$ , und nur diese, bestimmt den Gültigkeitsbereich des Weber-Fechner'schen Gesetzes. Als sinnesqualitätsspezifisch ist der Einfluss einer Reizbereichsadaptation anzusehen. Er ist für die Helligkeit von großer Bedeutung. Es wurden steile dynamische Kennlinien bei festgehaltener Adaptation unterschiedlich zu einer flachen statischen Kennlinie bei gleitender Adaptation gefunden (1977 bei Lullies & Trincker).

Die Maßformel, welche die logarithmische Abhängigkeit der Empfindungsintensität vom Reiz beschreibt (3a) gilt auch für die Lautstärke. Für diese wird eine Dezibel-Skala in der Einheit Phon gebraucht, die für  $S_1$  bei 1000 Hz eine absolute Schwelle von 0,0002 Mikrobar festlegt, den dekadischen Logarithmus verwendet, und den Anstieg 20 einsetzt:

$$dB = 20 \log (S/S_1) \quad (3b).$$

Der Anstieg 20 entspricht einem Weberquotienten  $k = 2,3026/20 = 0,115$ .

Untersuchungen zur Überprüfung der Maßformel im überschwelligen Reiz-Empfindungskontinuum wurden schon frühzeitig durchgeführt. Wichtig ist die Methode der übermerklichen Unterschiede (1908 bei Wundt und 1954 bei Guilford). Sie erfordert elementar drei Reize, wobei der dritte, innerhalb der Spannweite der zwei anderen, als der Reiz ermittelt wird, welcher eine mittlere Empfindung auslöst. Danach können weitere Partitionen, bzw. Bisektionen vorgenommen werden, um eine ausreichend große Anzahl

gleicher Empfindungsabstände zu erhalten. Für die Skalierung von Sternhelligkeiten ist die Maßformel ausreichend. Andererseits forderte bereits Plateau (1873) spekulativ, aus Schwarz/Grau/Weiß Partitionen ein abweichendes Potenzgesetz, das von Fechner (1888) als Verhältnishypothese mit seiner Unterschiedshypothese unvereinbar anerkannt wurde. Ebenfalls abweichend fand Merkel (1908 bei Wundt) für die Lautstärke Proportionalität von Reiz- und Empfindungsintensität. Bei Anwendung einer Modifikation dieser Methode unter Abfrage der Empfindungsverhältnisse aus der Mitte einer Reizsequenz heraus, wurde von S. Smith Stevens (1906-1973) gefunden, dass eine doppeltlogarithmische Transformation Linearität von Reiz- und Empfindungsverhältnissen herstellt (Stevens' Potenzgesetz, 1974 bei Marks und 1985 bei Falmagne). Die von Fechner festgestellte Unvereinbarkeit wurde in unteren Lautstärkebereichen experimentell bestätigt. Alle diese Skalierungen sind aber an ihre methodischen Grundlagen gebunden, und können bei Notwendigkeit in entsprechender Interpretation neben dem Weber-Fechner'schen Gesetz, welches vom Empfindungsstandpunkt her unvollständig ist, gebraucht werden. Dagegen sind mit einem Einzelreiz bestimmte successive Intensitätskategorien (sehr schwach, ... , sehr stark; 1954 bei Guilford) als Funktion der Reizintensität häufig wie die Maßformel halblogarithmisch beschreibbar.

### Zur Süßintensität

Nur wenige Modalitäten besitzen Qualitäten, die durch verschiedene adäquate Reize hervorgerufen werden, was eine Kreuzvalidierung der Skalierung ermöglichen könnte. Eine ist der Schmecksinn. In der Qualität Süß wurden 1908, 30 Jahre nach der Erfindung des Saccharins, von Frieda Lemberger Unterschiedsschwellen für Saccharin und Saccharose in Abhängigkeit von der Konzentration mit der Konstantreizmethode (Urteile: „gleich“, „größer als“) allein, ohne Personal bestimmt. Basis- und Vergleichsreiz wurden für jede der in genügend kleinem Inkrement vergrößerten Differenzen verdeckt, im mittleren Bereich mit 40 Wiederholungen, bewertet. Die Gleichurteile wurden symmetrisch verteilt. Das eingeschlossene Schwellenkriterium von nun 75 % (Abb. 1) ermöglicht die Interpolation der Unterschiedsschwelle. Als besondere Randbedingung war Wasserspülung zwischen den Vergleichspaaren obligatorisch vorgenommen worden. Es wurden lineare Weberfunktionen gefunden (Saccharose:  $k = 0,16$ , Saccharin:  $k = 0,11$ ). Berechnete gleiche Empfindungsintensitäten  $R$  wurden jedoch experimentell, wie in Abb. 1 beschrieben, klar als ungleich festgestellt (Lemberger, 1908). Das war ein schwerer Schlag für die praktische Anwendbarkeit des Weber-Fechner'schen Gesetzes. Auch eine experimentelle Erhöhung des Schwellenkriteriums auf 98,6 % (Fischer u.a,

1965) ergibt lineare Weberfunktionen für Lösungen beider süßer Substanzen (Saccharose,  $k = 0,40$ , Saccharin:  $k = 0,33$ ). Das Dilemma bleibt aber bestehen. Die anwendende Industrie hat von Anfang an die Süßkraft als Maßzahl angewandt, welche, unter Umgehung dieses Problems, nur das Konzentrationsverhältnis von Saccharose/ Stoff X bei experimentell gleicher Süßintensität angibt.

Eine Unterschiedsschwellenbestimmung wie oben, jedoch mit 10 simultanen Bewertungen für eine Differenz pro Person mit Gruppen von Prüfpersonen von statistisch mittlerer Sensitivität (Hoppe, 1996) und bereits experimentell ohne Gleichurteil, bestätigte wesentlich später für Saccharose die lineare Weberfunktion mit leicht erhöhter Trennschärfe ( $k = 0,09$  gegenüber  $0,16$ , 1991 bei Hoppe). Erst ein generelles Verbot der Wasserzischenspülung mit daraus folgender gleitender Adaptation, analog der statischen Helligkeitskennlinie, führt in weiten Bereichen zu wesentlich kleineren Unterschiedsschwellen (1991 bei Hoppe). Diese folgen einer exponentiellen Weberfunktion nach:

$$dS/dR = U_S/1 = f(S) = a \exp(BS) \quad (4),$$

welche logarithmiert als

$$\ln(U_S) = \ln(a) + BS \quad (4a)$$

linearisiert wird, wobei  $B$  der Anstieg, und  $\ln(a)$  das absolute Glied sind. Integration der reziproken Gleichung (4) ergibt:

$$R = R_m(1 - \exp(-bS/R_m)) \quad (5)$$

mit den Parametern  $b$  als Konzentrationskoeffizienten im reziproken Konzentrationsmaß, und  $R_m$  als maximaler Süßintensität (Anstieg  $B = b/R_m$ ). Beide Parameter sind von stoffspezifischer Größe, beispielsweise Saccharose mit  $b = 1,068$  l/g,  $R_m = 89$ , und Saccharin-Na (Mol: 205,2) mit  $b = 806$  l/g,  $R_m = 46,5$ . Die oben bemängelten Unterschiede der gleich süß gefundenen Süßintensitäten von den gleich berechneten Süßintensitäten  $R$  einer Reihe verschiedener wichtiger süßer Substanzen werden aufgehoben, wie Abb.2 für Saccharose und Saccharin beispielhaft zeigt.

# Skalvalidierung

R(Intensitätsgl. Konzentrationen)

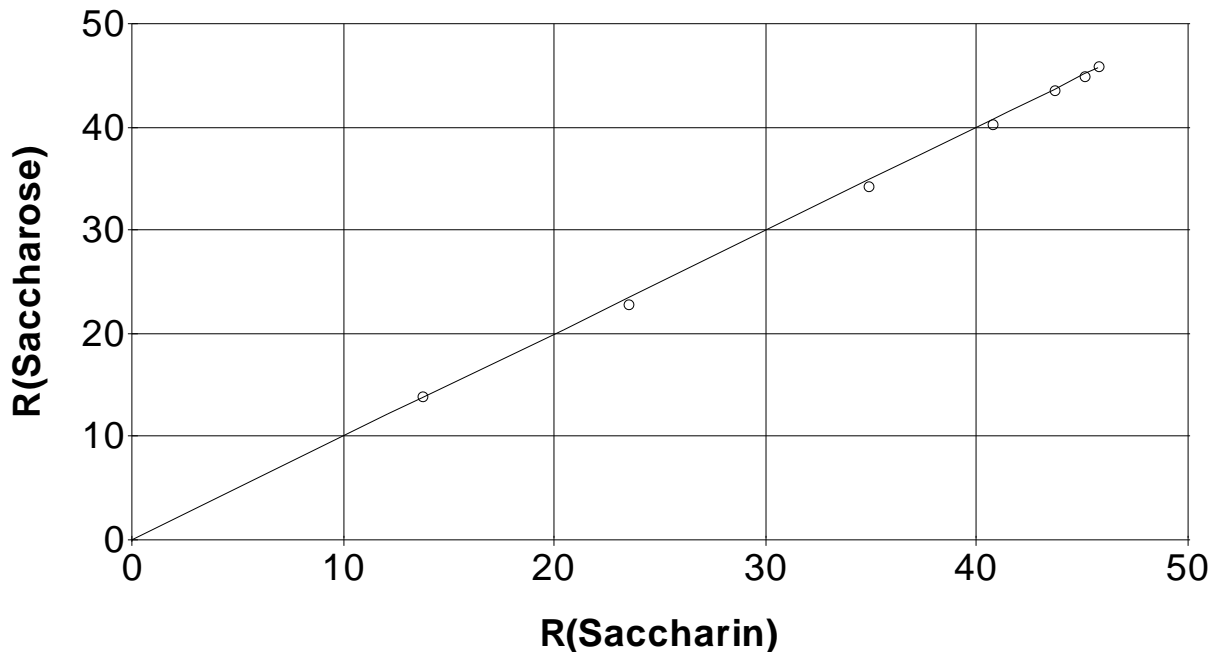


Abb. 2: Süßintensitäten  $R$  aus intensitätsgleichen Konzentrationen mittels oben aufgeführter Parameter berechnet. Die Konzentrationen wurden mittels einer double staircase Methode bestimmt (Hoppe, 1995). Dabei wird eine Saccharinkonzentration mit Saccharosekonzentrationen ohne Gleichurteil verglichen, die, aufsteigend den in Abb.1 gezeigten Bereich in Schrittweiten einer halben  $U_S$  durchlaufen, bis ein Urteilsumschlag zugunsten der Saccharose auftritt. Danach wird wieder die niedrigere Konzentration vorgelegt, und bei Umkehrung wieder die höhere, bis 3 obere und 3 untere Konzentrationen vorliegen. Danach wird das Verfahren absteigend wiederholt. Das arithmetische Mittel der 12 Konzentrationen ist die gleichsüße Saccharosekonzentration für eine Person, welches auf 4 Personen erweitert wird.

Die neue Maßformel für die Süßintensität nach (5) ist eine kumulierte Exponentialverteilung mit echtem Nullpunkt, und damit eine absolute Einheitenskala. Die Exponentialverteilung wird in der Biologie als Eintrefferkurve bezeichnet (Timoffeev-Ressovsky & Zimmer, 1947) und auf dieser Basis auch im Zusammenhang mit dem Gesetz von Weber-Fechner diskutiert (von Schelling, 1944). Damit wird der Weg einer kinetischen Modellierung der Süßrezeption (Hoppe, 2001) vorzeichnet, welche auch die stoffspezifischen Obergrenzen erklären muss.

Eine Normalisierung dieser Verteilung wird durch die komplementäre loglog-Transformation (Fisher & Yates, 1963) ermöglicht. Sie zeigt die exponentielle Standardvariable  $z_e$  als halblogarithmische Funktion von  $S$ :

$$z_e = \ln(\ln(1/(1-R/R_m))) = \ln(S) - \ln(R_m/b) \quad (5a).$$

Die Transformation hebt die untere und obere Begrenzung auf. Für die exponentiellen Konzentrationsmittelwerte  $R_{m}/b$  (Saccharose 83,3 g/l, bzw. Saccharin-Na. 57,7 mg/l) gilt  $z_e = 0$ . Im Gegensatz zu den Intensitätseinheiten  $R$  nach Gl. 5, als den, unter den eingesetzten methodischen Bedingungen, kleinsten Differenzen, sind solche der Einheiten  $z_e$  die größten. Letztere könnten im Zusammenhang mit dem Fechner'schen Kardinalwert diskutiert werden. Dieser wurde auf der Basis der Erkennungsschwelle abgeleitet. Wenn allgemein  $y = \ln(x)$  ist, so wird im indiskreten Verlauf für  $y/x = f(x)$  ein Maximum erzielt, wenn das Verhältnis  $x_2/x_1 = e = 2,718\dots$ , also eine Einheit  $z_e$  ist. Die Reizgröße  $S_2 = x_2$  ist der Kardinalwert des Reizes bei der Erkennungsschwelle  $S_1 = x_1$ . Die Transformation nach (5a) ermöglicht die, im Sinne dieses Konstruktes, Strukturierung logarithmischer Kontinua. Abb. 3 zeigt die, bei dem von Hoppe 1991 vorgenommenen Methodenvergleich, doppeltlogarithmische Darstellung der Weberfunktionen, welche oben bereits diskutiert wurden, jetzt unter Einsatz dieser Transformation. Die in den Abb. 4 und 5 dargestellten Weberquotienten untersetzen, mit Ergänzung durch Saccharindaten, diesen Methodenvergleich, der in den Abb. 6 und 7 durch die Verhältnisse dieser Quotienten weiter verschärft wird. Diese Verhältnisse sind der quantitative Ausdruck des bei (2) angeführten methodenbedingten Faktors in Abhängigkeit von der transformierten Konzentration. Abb. 6: zeigt für Saccharose die Erkennungsschwelle (-3), den Kardinalwert (-2), sowie den Mittelbereich (-1 bis +1) unter den methodischen Besonderheiten bestimmt.



# Saccharose

## Weberfunktionen

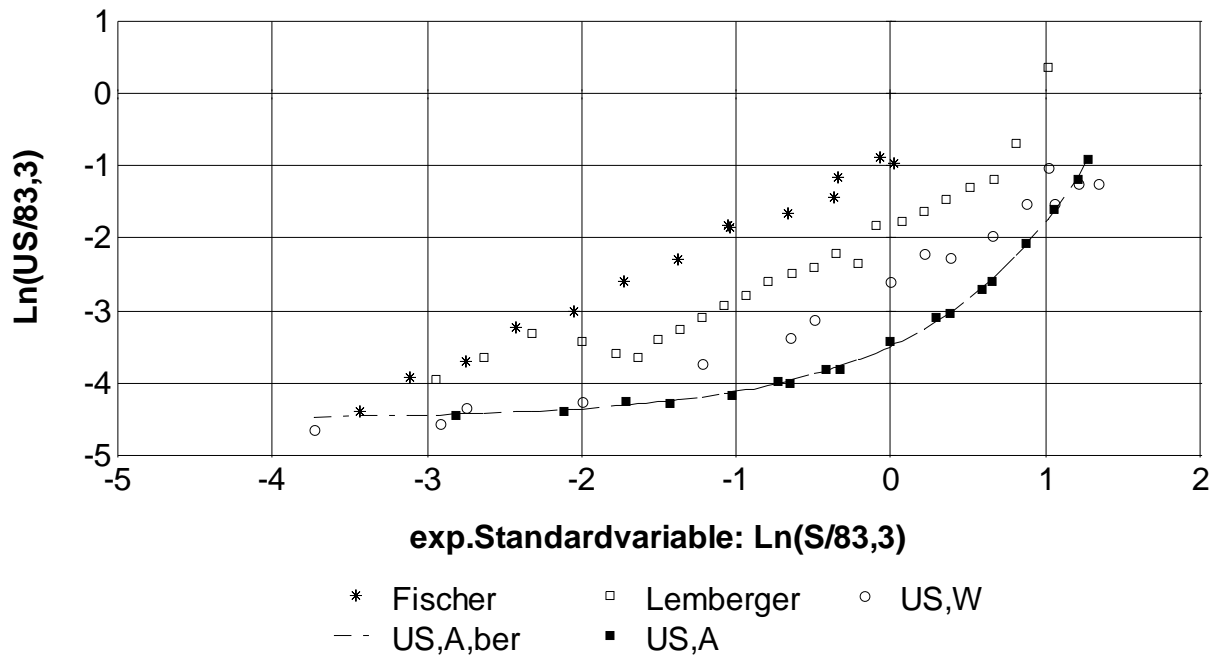


Abb. 3: Weberfunktionen von Fischer (Schwellenkriterium 98,6%), Lemberger (Schwellenkriterium 75%, Wasserspülung und mit Gleichurteil), Hoppe (Schwellenkriterium 75%, Wasserspülung ohne Gleichurteil,  $U_{S,W}$ ) und Hoppe (Schwellenkriterium 75%, ohne Wasserspülung und ohne Gleichurteil,  $U_{S,A}$ ) doppeltlogarithmisch,  $U_S$  in Abhängigkeit von der Konzentration  $S$  und Mittelwertbezug. Es wird für die  $U_S$  eine Unter (-4,5) - und Obergrenze (-1) grob erkennbar. Die  $U_{S,A,ber}$  für die Konzentration 0 hat die Größe  $-4,5$ . Sie gibt den absoluten Schwellenwert an. Wasserspülung ist in diesem Bereich ohne Bedeutung. Fischer findet die erste Schwelle gegen 0 bei  $-3,5$  in dieser Größe. Lemberger bestimmt die Erkennungsschwelle bei  $-3$  mit  $-4$ . Das Ende dieses Anfangsbereiches liegt zwischen  $-2$  und  $-1$ . Die von Fischer bestimmten  $U_S$  können, des hohen Schwellenkriteriums wegen, keine Bereiche auflösen, und werden nicht weiter diskutiert.

# Saccharose

Weberquotienten

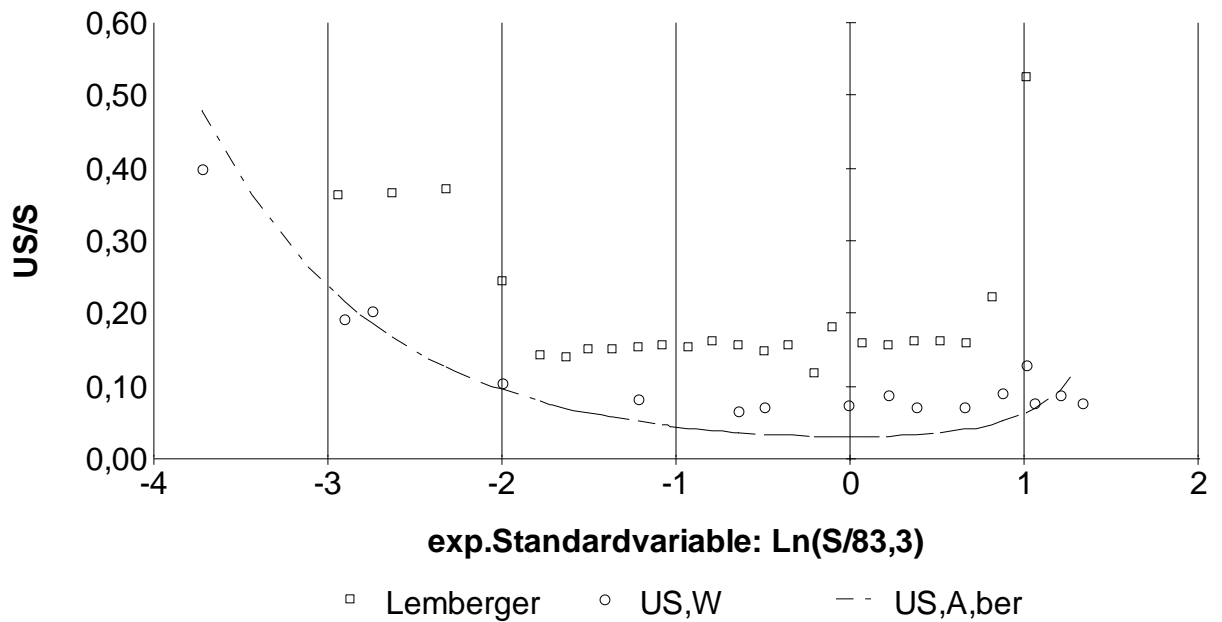


Abb. 4: Weberquotienten für Saccharose von Lemberger (Schwellenkriterium 75%, Wasserspülung und mit Gleichurteil), Hoppe (Schwellenkriterium 75%, Wasserspülung ohne Gleichurteil,  $U_{S,W}$ ) und Hoppe (Schwellenkriterium 75%, ohne Wasserspülung und ohne Gleichurteil,  $U_{S,A}$ ) halblogarithmisch in Abhängigkeit von der Konzentration  $S$  und Mittelwertbezug. Es wird im Anfangsbereich deutlich, dass das Gleichurteil für die hohen Quotienten verantwortlich ist. Das obere Ende der Basislinie  $U_{S,A,ber}$  liegt bei  $S = 300$  g/l.  $U_{S,W}$  als auch  $U_{S,A}$  werden mit Konzentrationserhöhung wieder wesentlich kleiner.

# Saccharin

Weberquotienten

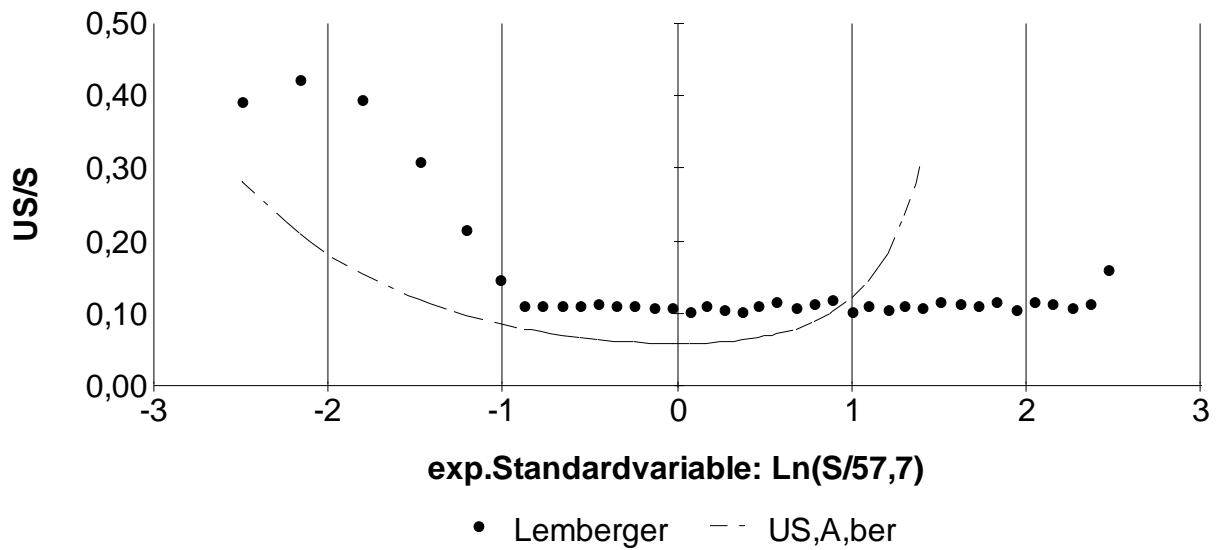


Abb. 5: Weberquotienten für Saccharin von Lemberger (Schwellenkriterium 75%, Wasserspülung und mit Gleichurteil), sowie Hoppe (Schwellenkriterium 75%, ohne Wasserspülung und ohne Gleichurteil,  $U_{S,A}$ ) halblogarithmisch in Abhängigkeit von der Konzentration  $S$  und Mittelwertbezug. Die Abweichungen im Anfangsbereich sind dem Gleichurteil geschuldet (Analog Abb. 4 Saccharose). Das Ende für die Quotienten  $U_{S,A}$  ,ber/ $S$  ist für  $S$  auch hier die valide Obergrenze. Die darüber hinaus gefundene Konstanz ist interessant.

# Schwellenverhältnisse

Saccharose, Methodeneinfluß

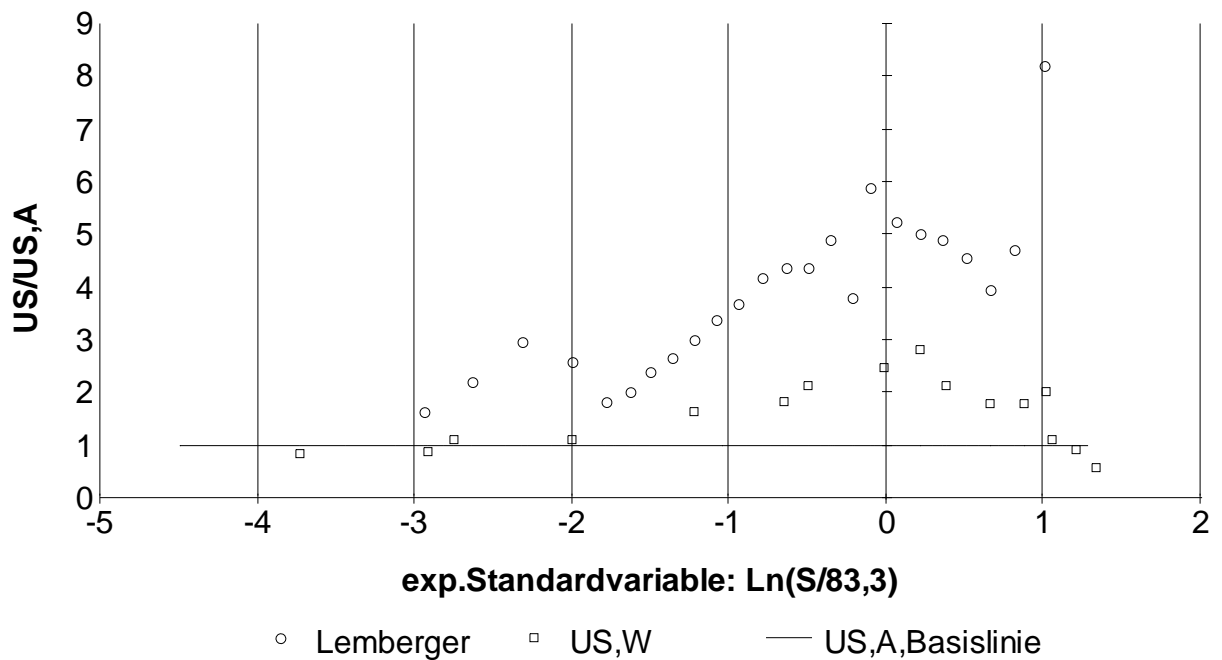


Abb. 6: Verhältnisse der  $U_S$  für Saccharose von Lemberger (Schwellenkriterium 75%, Wasserspülung und mit Gleichurteil), Hoppe (Schwellenkriterium 75%, Wasserspülung ohne Gleichurteil,  $U_{S,W}$ ) zu den kreuzvalidierten Schwellen von Hoppe (Schwellenkriterium 75%, ohne Wasserspülung und ohne Gleichurteil,  $U_{S,A}$ ,Basislinie) halblogarithmisch in Abhängigkeit von der Konzentration  $S$  und Mittelwertbezug. Es wird im Bereich von der Erkennungsschwelle bis zum eine Einheit höheren Kardinalwert deutlich, dass nur das Gleichurteil für den Verlauf der Faktoren verantwortlich ist. Tatsächlich ist bei diesem Wert ein Maximum der Empfindlichkeit unübersehbar und der Einfluss der Wasserspülung setzt erst oberhalb ein.

# Schwellenverhältnisse

Saccharose, Saccharin, Lemberger

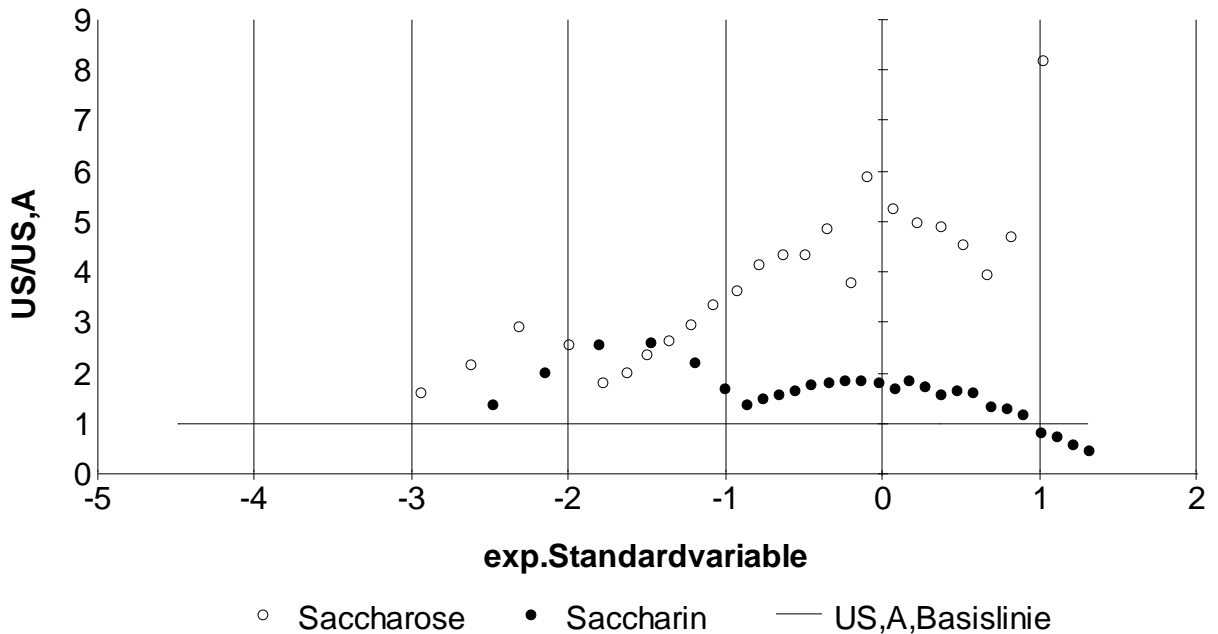


Abb. 7: Verhältnisse der  $U_S$  für Saccharose sowie Saccharin von Lemberger (Schwellenkriterium 75%, Wasserspülung und mit Gleichurteil) zu den stofflich zugehörigen kreuzvalidierten Schwellen von Hoppe (Schwellenkriterium 75%, ohne Wasserspülung und ohne Gleichurteil,  $U_{S,A}$ ,Basislinie) halblogarithmisch in Abhängigkeit von der jeweiligen Konzentration  $S$  und stoffspezifischem Mittelwertbezug (exponentielle Standardvariable) Die Unterschiede der methodenabhängigen Faktoren sind ohne weiteres erkennbar. Offensichtlich ist Saccharin gegenüber Saccharose nicht so stark von gleitender Anpassung beeinflussbar. Diese senkt die  $U_{S,A}$  und erhöht damit diese Faktoren. Auch der um etwa 0,5 Einheiten der Standardvariablen verkürzte Anfangsbereich ist bemerkenswert.

## Literatur

- Falmagne, J.-C. (1985). Elements of Psychophysical Theory. New York, Oxford: University Press, Inc.
- Fechner, G. T. (1860). Elemente der Psychophysik. Leipzig: Breitkopf u. Härtel.
- Fechner, G. T. (1888). Ueber die psychischen Maßprinzipien und das Weber'sche Gesetz. Philosophische Studien 4, 161-230.
- Fischer, R., Griffin, F., Archer, R. C., Zinsmeister, S. C. & Jastram, P. S. (1965). Weber Ratio in Gustatory Chemoreception; an Indicator of Systemic (Drug) Reactivity. Nature 5001, 1049-1053.
- Fisher, R. A. & Yates, F. (1963). Statistical tables. (6. Aufl.) Edinburgh: Oliver & Boyd.
- Guilford, J. P. (1954). Psychometric Methods. (2. Aufl.) New York, Toronto, London: McGraw-Hill Book.
- Hoppe, K. (1991). Fechner-Skalierung der Süßintensität und Vergleich verschiedener Methoden zur Bestimmung der Unterschiedsschwelle. Ernährungsforschung 36, 81-83.
- Hoppe, K. (1995). Beiträge zur Psychophysik des Süßgeschmacks  
7. Mitt. Experimentelle Neubestimmung der Süßintensitätsparameter von Acesulfam, Aspartam, Cyclamat, Saccharin, Glucose und Sorbitol. Nahrung 39, 275-281.
- Hoppe, K. (1996). Beiträge zur Psychophysik des Süßgeschmacks  
8. Mitt. Zur interindividuellen Variabilität der Unterschiedsempfindlichkeit. Nahrung 40, 335-339.
- Hoppe, K. (2001): Erstellung eines Compartmentmodells des Süßrezeptors zur Vorhersage der Süßintensität beliebiger Mischungen ausgewählter süßer Verbindungen in wässriger Lösung (AiF-Vorhaben Nr. 12095B). Rehbrücke: <http://www.dife.de/de/publikationen/ABL04.pdf>
- Lemberger, F. (1908). Psychophysische Untersuchungen über den Geschmack von Saccharin und Zucker. Pflügers Arch. ges. Physiol. 123, 293-311.
- Lullies, H. & D. Trincker (1977). Taschenbuch der Physiologie, Bd. III/2, S. 684. Stuttgart: Gustav Fischer Verlag
- Marks, L. E. (1974): Sensory Processes The New Psychophysics. New York and London: Academic Press.
- Pfanzagl, J.(1962): Über die stochastische Fundierung des psychophysischen Gesetzes. Biometrische Zeitschrift 4, 1-14.
- Plateau, J. (1873): Ueber die Messung physischer Empfindungen und das Gesetz, welches die Stärke dieser Empfindungen mit der Stärke der erregenden Ursache verknüpft. Annalen der Physik und Chemie 150, 465-476.
- Schelling, H. von (1944): Gedanken zum Weber-Fechnerschen Gesetz, Abh. Preuß. Akad. Wiss. Math.-naturw. Kl. Nr.5
- Timoffeev-Ressovsky. N. W. & Zimmer, K. G. (1947). Biophysik, Band 1, Das Trefferprinzip in der Biologie. Leipzig: S. Hirzel Verlag.
- Wundt, W. (1908). Grundzüge der physiologischen Psychologie. (6. Aufl.). 1. Band, (Kapitel 9.5. Gesetze der Empfindungsintensität. S. 614-645). Leipzig: Verlag von Wilhelm Engelmann.

**Autorenhinweise:** Dr. rer. nat. habil. Konrad Hoppe, Kirschallee 177, 14469 Potsdam (2008).