

Die Arbeiten Karl Schwarzschilds zur photographischen Photometrie der Gestirne und ihre Bedeutung für die Theorie des photographischen Prozesses

Meine geehrten Damen und Herren, liebe Kollegen!

Wenn wir heute anlässlich der 100. Wiederkehr des Geburtstages des großen Astronomen und Physikers KARL SCHWARZSCHILD gedenken, darf bei der Würdigung der hervorragenden, zum Teil epochemachenden wissenschaftlichen Leistungen – von denen meine Vorredner bereits berichteten – eine im Rang scheinbar weniger bedeutungsvolle Leistung nicht unerwähnt bleiben: die Entdeckung und Formulierung eines grundlegenden Schwärzungsgesetzes für photographische Schichten; denn diese Entdeckung trug dazu bei, den Namen SCHWARZSCHILD in weiten Kreisen von Physikern, Chemikern, Biologen, Meteorologen, Technikern usw., die sich der Photoschicht als photometrisches Mess- und Aufzeichnungsinstrument bedienten, bekannt zu machen – allein schon durch die zu *termini technici* gewordenen Begriffe „SCHWARZSCHILD-Effekt“, „SCHWARZSCHILD-Gesetz“ und „SCHWARZSCHILD-Exponent“.

Am weitesten bekannt wurde der *Schwarzschild-Effekt* aber bei Anwendern der bildgestaltenden Fotografie als *Abweichung vom Reziprozitätsgesetz* der Belichtung. Doch auch ohne alles Populäre – worauf SCHWARZSCHILD keinen Wert legte – erkennt man schnell, dass auch die Erforschung der photographischen Materialien eine Leistung von hohem wissenschaftlichen Rang ist, die, ebenso wie andere SCHWARZSCHILDsche Arbeiten, zukunftsweisend wurde.

Es war gewiss nicht SCHWARZSCHILDs Absicht, die Photoschicht um ihrer selbst willen zu untersuchen. Er hatte vielmehr ein mittelbares Interesse an der Aufdeckung der Gesetzmäßigkeiten der Schwärzungsfunktion, das durch die von ihm vorgeschlagene Verwendung der photographischen Schicht als Strahlungsdetektor für photometrische Zwecke in der Astrophysik motiviert war.

Die photographische Methode der Photometrie von Sternen versprach gegenüber der bis dahin angewandten visuellen Methode einige schwerwiegende Vorteile, die besonders in der Objektivität der Messung, in der simultanen dokumentarischen Fixierung vieler Messergebnisse sowie in der Ausdehnung der Messung auf den blauen Spektralbereich lagen. Dem stand aber seinerzeit noch die schlechte Reproduzierbarkeit photographischer Aufnahmen entgegen – vor allem auf Grund noch ungenügender Kenntnisse über die Zusammenhänge zwischen Belichtung und Schwärzung der Photoschicht, so dass die Messgenauigkeit der photographischen Methode nicht an die der visuellen Methode heranreichte. Die photographische Methode musste einen lückenlosen Anschluss an die Potsdamer visuellen Messungen gewährleisten; sie erforderte darüber hinaus die Schaffung einer selbständigen Intensitätsskala für blaues Licht.

Im Rahmen seiner Tätigkeit als Assistent an der v. KUFFNERSchen Sternwarte in Wien-Ottakring hatte es sich SCHWARZSCHILD zur Aufgabe gestellt, das Verhalten der photographischen Schicht unter den Bedingungen ihrer Anwendung in der astrophysikalischen Messtechnik labormäßig zu untersuchen und zuverlässige Reduktionsmethoden für photographische Sternaufnahmen auszuarbeiten. Diese Arbeit diente ihm 1899 zur Habilitation an der Universität München.

¹Wiedergabe des maschinengeschriebenen Textes aus dem Manuskriptarchiv des Verfassers. (Scanned: 2016)

In grober Übersicht erbrachten SCHWARZSCHILDs Untersuchungen folgendes: Das bis dahin auch für photographische Schichten als gültig angesehene BUNSEN-ROSCOE'sche Reziprozitätsgesetz, wonach zur Erzielung konstanter photochemischer Wirkungen Intensität E und Zeit t der Belichtung zueinander in einem Reziprozitätsverhältnis stehen,

$$E \cdot t = \text{const}, \quad (1)$$

wurde von SCHWARZSCHILD für den von ihm untersuchten Bereich der Belichtung niedriger Intensität und langer Zeit auf die mit der experimentellen Erfahrung gut übereinstimmende Form

$$E \cdot t^p = \text{const} \quad (2)$$

gebracht, in der die Reaktionszeit t in der Potenz t^p steht.

Abweichungen vom Reziprozitätsgesetz hatten schon vor SCHWARZSCHILD ABNEY, MICHALKE, MIETHE und SCHEINER beobachtet, deren Versuchsergebnisse sich – neben SCHWARZSCHILDs eigenen Ergebnissen – gut durch SCHWARZSCHILDs Formel darstellen ließen.

SCHWARZSCHILD zeigte in einer mathematischen Betrachtung, dass die Form der Schwärzungsfunktion

$$S = f(Et^p) \quad (3)$$

der Form

$$S = f(E, t) \quad (4)$$

an Allgemeinheit nicht nachsteht, wenn man den Exponenten p als Funktion von E und t ansieht. Es ergibt sich aber der Vorteil, dass wenigstens näherungsweise

$$p = \text{const} \quad (5)$$

ist. Er fand, dass der Exponent p für verschiedene Sorten photographischer Schichten unterschiedliche Werte annimmt, immer aber zwischen $0,5 < p < 1$ liegt.

Der Gewinn an Größenklassen durch Verlängerung der Belichtungszeit bei Sternaufnahmen enthält den SCHWARZSCHILD-Exponenten p als Faktor:

$$m_1 - m_2 = 2,5p \log \frac{t_1}{t_2}. \quad (6)$$

Bilden die Belichtungszeiten also das gleiche Verhältnis wie eine Größenklasse, so entspricht dies noch nicht einer Größenklasse der Sternhelligkeit, da $p < 1$ ist. Der Exponent p setzt die Wirksamkeit einer Verlängerung der Belichtungszeit in zunehmendem Maße herab. Ein Zahlenbeispiel möge dies deutlicher machen: Entgegen dem BUNSEN-ROSCOE'schen Reziprozitätsgesetz ist es nach dem SCHWARZSCHILD-Gesetz nicht möglich, die Verminderung der Lichtintensität auf die Hälfte durch Verdopplung der Belichtungszeit auszugleichen. Der Faktor der erforderlichen Belichtungszeitverlängerung ist in diesem Falle größer als 2; für $p = 0,75$ beträgt er dann $2^{1/p} = 2^{4/3} = 2,52$. Bei einer Verminderung der Intensität auf $1/4$ ist der Faktor der zum Ausgleich benötigten Belichtungszeitverlängerung $2^{2/p} = 6,35$, beträgt also schon mehr als das $1^{1/2}$ -fache von 4. Bei langen Belichtungszeiten ist der Verlust an photographischer Wirksamkeit beträchtlich.

SCHWARZSCHILD zeigte, dass auch das Durchmessergesetz fokaler Sternbilder der gleichen Gesetzmäßigkeit bezüglich der Zeitvariation der Belichtung folgt. Durch das gesamte Abbildungssystem wird zwar das Licht des Sternes über eine gewisse Fläche der Photoschicht schon nach einer von den Eigenschaften des Teleskops und von der Luftunruhe hervorgerufenen Verteilungsfunktion $\varphi(r)$ gestreut; jedoch, um eine definierte Verteilungsfunktion zu erhalten, führte SCHWARZSCHILD die *extrafokale Abbildung* ein. Die Helligkeit des Sterns folgte nun über eine Schwärzungsskala aus dem Durchmesser des Sternbildscheibchens.

Zur Definition des Durchmessers des Schwärzungsfleckes wird eine bestimmte Schwärzung der photographischen Sternabbildung zugrundegelegt, deren geometrischer Ort für

$$[\varphi(r)E]t^p = \text{const} \quad (7)$$

ein Kreis in Gestalt einer *Äquidensite* ist, welcher durch eine *äquidensitometrische Bildtransformation*² selektiert werden kann und damit gut messbar graphisch hervorgehoben wird.

SCHWARZSCHILD befasste sich auch mit dem Einfluss der Vorbelichtung, der Nachbelichtung und dem Intermittenzeffekt bei photographischen Aufnahmen. Die Vorbelichtung (genannt: „Hypersensibilisierung“³) und die Nachbelichtung (genannt: „Latensifikation“) waren für Aufnahmen schwacher Sternbilder wichtig, da hierdurch zu der Belichtung noch eine weitere Energie hinzugefügt wurde, durch welche die Ansprechschwelle im sogenannten „Durchhang“ der Schwärzungskurve überschritten wird.

Auch die Wirkung der intermittierenden Belichtung wurde untersucht, da die photographische Aufnahme stellarer Objekte durch den Vorüberzug von Wolken häufig unterbrochen wurde und man hoffte, durch Fortsetzung der Belichtung in mehreren Nächten die Effektivität der Belichtung vergrößern zu können. Die Untersuchung von Doppelbelichtungen wurde auch auf kurze periodische Intervalle der Mehrfachbelichtung ausgedehnt, wie es das seinerzeit verwendete SCHEINER-Sensitometer mit rotierender Sektorenscheibe erforderte.

Zwar stellte man fest, dass auch für die unterbrochene Belichtung Abweichungen vom Reziprozitätsgesetz Gl. (1) auftreten; diese ließen sich aber nicht so einfach in die SCHWARZSCHILD-Formel Gl. (2) einfügen. Offenbar treten in den Dunkelphasen zwischen den Teilbelichtungen noch Prozesse auf, die das Endergebnis der Schwärzung beeinflussen. Auch Art und Zeit der Lagerung der belichteten Photoplatten bis zur Entwicklung ist von Bedeutung, wobei meistens ein allmählicher Rückgang des Latenten Bildes (genannt: „Regression“) erfolgt.

Für die Unterbrechung der Belichtung in mehrere Abschnitte, also auch für Doppel- und Mehrfachbelichtungen, erwies sich aber die Potenz der Zeit t^p mit einem vielleicht noch zeitabhängigen Exponenten $p(t)$ als sehr ungeeignet: die Zeit t musste möglichst linear in den analytischen Ausdruck eingehen. Das ließ sich leicht erreichen, indem man aus Gl. (2) den auf die Zeit bezogenen Exponenten auf die Intensität umlagerte:

$$E^q t = \text{const} \quad (8)$$

Der „andere“ Schwarzschild-Exponent q steht damit zu p in einem Reziprozitätsverhältnis

$$p \cdot q = 1. \quad (9)$$

Eigentlich scheint es nun gleichgültig zu sein, ob man Gl. (2) oder Gl. (8) verwendet. Gl. (8) hat aber einen entscheidenden Vorzug: die Zeit geht linear voran. Damit ist die Anknüpfung von Belichtungen – wie beim Intermittenz-Effekt – möglich. Für die Mehrfachbelichtung gilt

$$\sum_{i=1}^k E_i^q t_i = E_g^q t_g, \quad (10)$$

wenn $t_g = \sum_{i=1}^k t_i$ die Gesamtzeit mit den Einzelbelichtungszeiten t_i und E_i die gemittelte Gesamtintensität E_g ist. Der Exponent q könnte in den einzelnen Belichtungsbereichen auch unterschiedlich sein, wird aber als konstant in allen Bereichen angenommen. Nach dem für Summen gültigen Kommutativgesetz müsste die Wirkung der Gesamtelbelichtung von der Reihenfolge der Einzelbelichtungen unabhängig sein. Für unterschiedliche Bereiche von Intensität und Zeit der Einzelbelichtungen sind jedoch Doppel- und Mehrfachbelichtungen *nichtkommutativ* – ein Phänomen, das seinerzeit noch nicht erklärt werden konnte.⁴

²Äquidensitometrische Bildtransformationen – Internet: www.ewald-gerth.de/30.pdf

³Zur Hypersensibilisierung wurden die Photoplatten auch physikalisch und chemisch vorbehandelt.

⁴Mit der Hypersensibilisierung der Photoschicht durch Blitz-Vorbelichtung und Normal-Nachbelichtung (vice versa) hatte schon SCHWARZSCHILD die *Nichtkommutativität von Doppelbelichtungen* bemerkt.

Der Effekt des vom Reziprozitätsgesetz abweichenden Verhaltens der Photoschicht – der „Schwarzschild-Effekt“, wie wir ihn heute nennen – ist aber nicht nur für die photometrische Messpraxis von Interesse. Schon SCHWARZSCHILD erkannte die grundlegende Bedeutung dieses Effektes für die Erforschung der durch die Belichtung in der photographischen Emulsion ausgelösten Prozesse. Deshalb hielt er es für notwendig, auch den außerhalb des für die Astrophysik allein interessanten Gültigkeitsbereiches der Gl. (2) liegenden Bereich der Kurzzeitbelichtung zu untersuchen.

Hiermit beauftragte SCHWARZSCHILD seinen Mitarbeiter KRON, der mit umfangreichen photographischen Experimenten einen großen Belichtungsbereich erfasste und für die „Kurven konstanter Schwärzung“ (heute: „KRONsche Reziprozitätsfehlerkurven“) analytische Beziehungen aufstellte, welche die Messdaten gut wiedergaben. Die symmetrische Form der Funktion $\log H(E, t) = f(\log E)$ wurde von HALM durch die Catenaria (Kettenlinie) dargestellt. Das SCHWARZSCHILD-Gesetz Gl. (2) ergibt sich für $S = \text{const}$ nach diesen Formeln als Näherung für kleine Intensitäten und lange Belichtungszeiten.

Die KRONschen Formeln haben aber – ebenso wie die SCHWARZSCHILD-Formel – von ihrer Genesis her nur die Bedeutung von Interpolationsformeln, die aus den experimentellen Daten deduziert wurden, ohne dass dafür eine physikalische Begründung angegeben werden konnte. So schließt SCHWARZSCHILD das dritte Kapitel seiner Habilitationsschrift⁵ mit den Worten:

„Es braucht nicht erst gesagt zu werden, wie viel auf diesem Gebiete noch zu wünschen und zu tun ist. Als wichtigstes, noch ausstehendes Problem erscheint namentlich die Entdeckung der Ursachen, von denen die Variabilität des Exponenten p abhängt.“

Die Theorie des photographischen Prozesses war zu jener Zeit noch wenig entwickelt. Andererseits lag es aber seit der Auffindung der photographischen Gesetzmäßigkeiten durch SCHWARZSCHILD und KRON auf der Hand, dass alle aus einer Theorie des photographischen Prozesses zu folgernden Ergebnisse mit den SCHWARZSCHILD-KRONschen Formeln in Einklang stehen müssten. So haben diese Formeln, insbesondere das SCHWARZSCHILD-Gesetz für konstante Schwärzungen Gl. (2), bis zum heutigen Tage die Bedeutung eines *strengen Prüfsteins einer jeden Theorie des photographischen Prozesses*, mit der der Zusammenhang zwischen Belichtung und Schwärzung der Photoschicht beschrieben werden soll.

Gestatten Sie mir bitte nun, einige Bemerkungen über moderne Vorstellungen zur theoretischen Deutung des SCHWARZSCHILDschen Schwärzungsgesetzes zu machen!

Nach Forschungen⁶ der englischen Physiker Burton, Berg, Webb, Gurney, Mitchell, Mees und Mott sowie der deutschen Physiker und Chemiker Pohl, Eggers, Frieser, Klein, Moisar, Matejec, Volmer, Stasiw, Teltow u. a. gilt es heute als gesichert, dass der *Schwarzschild-Effekt* durch *physikalische Vorgänge im Kristallgitter des Silberhalogenids* verursacht wird und dass er mit dem geometrischen Aufbau der Schicht, mit der Korngrößenverteilung in der Emulsion und mit den Besonderheiten der Entwicklung – wie früher häufig angenommen wurde – nichts zu tun hat. Die moderne Festkörperphysik liefert klare Vorstellungen über die infolge des Photoeffektes im Kristallgitter erzeugte Elektronenkonzentration, über die Fehlordnung im Kristallgitter, über die Bewegung der Elektronen und Zwischengitterionen, über Umladungs- und Konglomerationsvorgänge usw. Es besteht auch Einigkeit darüber, dass die Reduktion eines Silberhalogenidkorns im Entwicklungsbad schon von nur *e i n e m* Entwicklungskeim auf der Kornoberfläche ausgelöst wird.

⁵Karl Schwarzschild: Beiträge zur photographischen Photometrie der Gestirne.

Publikationen der v. Kuffnerschen Sternwarte Wien-Ottakring, 5 (1899), C 5-51 (Habilitationsschrift)

⁶Grundriss der heutigen Theorie des photographischen Prozesses – Internet: www.ewald-gerth.de/8.pdf

Aus einer Reihe experimenteller Befunde ist zu schließen, dass der Keim mehrere Aufbau-stufen durchläuft, ehe er entwickelbar wird. Offenbar treten während der Belichtung unter der Wirkung der Photoelektronen mehrere Silberionen sukzessive zu einem Konglomerat zusammen, das erst von einer Mindestanzahl n der Atome an entwickelbar wird. Es ist naheliegend, dass diese Mindestanzahl $n = 4$ sein muss, denn erst 4 Punkte lassen sich zu einem räumlichen Gebilde anordnen, das einem metallischen Mikrokristall von 4 Silberatomen entspricht, der dem Silberhalogenid-Makrokristall aufsitzt und die Schutzpotentialschicht an der Phasengrenze Halogenidkristall/Entwickler durchstößt. Der Aufbau der Keime lässt sich somit als eine kinetische Reaktion von 4 Stufen darstellen.⁷

Die stochastisch bedingte Übergangswahrscheinlichkeit zu jeder Stufe ist der für die Umladungsvorgänge erforderlichen Elektronenkonzentration N im Kristallgitter und der Einwirkungszeit t der Elektronen, also insgesamt $N \cdot t$, proportional. Die Wahrscheinlichkeit für den Übergang von der niedrigsten Keimstufe bis zum entwickelbaren Keim ist dann nach der Produktregel der Wahrscheinlichkeitsrechnung der Potenz $(Nt)^n$ proportional. Für konstante Wirkungen gilt somit

$$N^n t^n = \text{const.} \quad (11)$$

Nimmt man nun an, dass die erste Keimstufe sehr instabil sei, so stellt sich im Verlauf der Reaktion zwischen der Ausgangsstufe und der ersten Keimstufe bald ein Gleichgewichtszustand ein, in dem keine zeitliche Abhängigkeit mehr vorliegt, der somit zur Verringerung der zeitlichen Ordnung um eine Stufe führt; also gilt dann

$$N^n t^{n-1} = \text{const.} \quad (12)$$

Dies ist bereits die Grundform des SCHWARZSCHILDSchen Schwärzungsgesetzes für konstante Schwärzungen, welche allein aus der Reaktionsfolge der Keimstufen folgt, ohne dass bisher die Belichtung betrachtet wurde.

Nehmen wir nun die Belichtung mit hinzu! – Die Elektronenkonzentration N befindet sich bei einer Belichtung konstanter Intensität wegen des Verschwindens der vom Photoeffekt ständig erzeugten freien Elektronen durch Fallen und durch Rekombination mit Defektelektronen im Gleichgewicht. Bei niedriger Intensität – also im Belichtungsbereich des normalen Schwarzschild-Effektes – ist die Elektronenkonzentration N der Intensität E proportional. Man erhält somit

$$E^n t^{n-1} = \text{const} \quad (13)$$

oder

$$Et^p = \text{const} \quad (14)$$

mit

$$p = 1 - \frac{1}{n}. \quad (15)$$

Für $n = 4$ ergibt sich $p = 0,75$ in guter Übereinstimmung mit dem von SCHWARZSCHILD gefundenen häufigsten Wert $p = 0,76$.

Es sei hier nur angedeutet, dass sich auf der Grundlage der Festkörperphysik eine geschlossene Theorie der Schwärzungsfunktion aufbauen lässt, die – ebenso wie die hier soeben vorgetragenen Plausibilitätsbetrachtungen, aber in einer exakten Herleitung – das SCHWARZSCHILDSche Schwärzungsgesetz ergibt. Die näheren Ausführungen über diesen Gegenstand sind in einer zum 100. Geburtstag SCHWARZSCHILDS fertiggestellten Abhandlung⁸ enthalten, welche hiermit dem Direktor unseres Instituts, Herrn Professor Dr. Wempe, überreicht sei.

⁷ $n_{krit} = 4$ folgt auch aus dem Durchgang der Schwärzungskurve – Internet: www.ewald-gerth.de/33.pdf

⁸E. Gerth: Analytische Herleitung des Schwarzschildschen Schwärzungsgesetzes aus der Belichtungsmatrix. Mitteilungen des Astrophysikalischen Observatoriums Potsdam Nr. 174, (1974), S. 199-216 (Nachdruck) Internet: www.ewald-gerth.de/45.pdf

Von besonderem Interesse für die astrophysikalische Messpraxis sind aber Folgerungen aus den Grundlagen der Theorie. Um einen möglichst großen Gewinn an Größenklassen bei zeitlicher Verlängerung von Sternaufnahmen zu erzielen, ist der Astronom an Photoschichten mit einem SCHWARZSCHILD-Exponenten nahe 1 interessiert. Hieraus ergibt sich die Forderung an die Hersteller von Photomaterialien, Forschungsarbeiten mit dem Ziel durchzuführen, den SCHWARZSCHILD-Exponenten der Photoschichten zu vergrößern. Dies bezieht sich auf die Emulsionsherstellung aber auch auf spezielle Verfahren der Behandlung der Photoschichten vor der Belichtung – z.B. durch die bereits erwähnte *Hypersensibilisierung*.

Gemäß der Theorie kommt es darauf an, dass sich in der Emulsion möglichst alle Keime auf einer Reaktionsstufe befinden, die um eine Stufe niedriger ist als die kritische Keimstufe, bei der die Entwicklung ausgelöst wird. Die Rückreaktionen, die nur beim Übergang in den unteren Keimstufen den SCHWARZSCHILD-Effekt hervorrufen, haben beim Übergang von der letzten unkritischen Keimstufe zur ersten kritischen Keimstufe keine Bedeutung. Bei der Konzentration aller Keime in der letzten unkritischen Stufe würde also der SCHWARZSCHILD-Effekt wegfallen und auch die Empfindlichkeit der Photoschicht groß sein, da die Keime dann mit der relativ geringen Belichtungsenergie von nur einem Stufenübergang in den entwickelbaren Zustand versetzt würden. Dieses Ziel ist bei den hochempfindlichen Emulsionen der Gegenwart schon durch Reifungs- und Sensibilisierungsverfahren weitgehend erreicht worden. Mit Kenntnis der physikalischen Zusammenhänge könnte man aber sicher noch zielgerichteter an der Verbesserung der photographischen Schichten für Astro-Zwecke arbeiten.

Die Theorie liefert aber noch viel mehr Einsichten: Die Entstehung des photographischen Bildes nach der Belichtung und der dazwischen stattfindenden Verarbeitung in der Dunkelkammer mit Entwicklung, Zwischenwässerung und Fixierung ist ein *Prozess*; und ein Prozess ist ein *Vorgang in der Zeit*. Und so ist auch die Entstehung des Latenten Bildes während der Belichtung der photographischen Schicht – ein Prozess.

Während der Belichtung verändern sich Zusammensetzung, Mengenverhältnisse und gegenseitige Affinität der Reaktionspartner im Reaktionsraum, dem Kristallgitter des Silberbromids, also der freien Elektronen und Defektelektronen und der sich bildenden Konglomerate metallischen Silbers, die „Keime“. Dabei treten Gleichgewichtsreaktionen zwischen den Partnern auf, die zur Reduzierung der Reaktionsordnung n der Zeit t führen.

Die reaktionstreibenden Größen im Silberbromidkristall sind die freien Elektronen, welche den stufenweisen Aufbau der Silberkonglomerate durch elektrische Umladungen bewirken. Es geht also um die Elektronenkonzentration und damit um die Intensität E der Belichtung in der Zeit t und nicht – wie früher angenommen wurde – um die Zahl der Photonen, die mindestens ein Silberbromidkorn treffen müssten, um es entwickelbar zu machen.

Die Sättigungselektronenkonzentration N ist eine Funktion der Intensität E . Eine Bilanzrechnung (deren Herleitung⁹ hier übergangen wird) führt auf die Beziehung

$$N = \sqrt{1 + \varepsilon E} - 1, \quad (16)$$

worin ε ein Empfindlichkeitskoeffizient ist.

Mit dieser Beziehung lässt sich eine Formel für das Reziprozitätsverhalten im gesamten Bereich der Kurz- bis Langzeitbelichtung zusammenstellen, welche die experimentellen Ergebnisse von KRON gut wiedergibt und auch den von SCHWARZSCHILD untersuchten Bereich der langen Belichtungszeiten mit der Potenz t^p einschließt:

$$\left(\sqrt{1 + \varepsilon E} - 1\right)t^p = \text{const} \quad (17)$$

⁹Herleitung – Internet: www.ewald-gerth.de/16.pdf und www.ewald-gerth.de/22.pdf

Der ganze Belichtungsbereich von kurzen bis langen Belichtungen wird also von einem einheitlichen SCHWARZSCHILD-Exponenten p überdeckt.

Die Theorie des SCHWARZSCHILD-Gesetzes liefert aber auch eine Erklärung für weitere photographische Effekte, vor allem für die *nicht-kommutativen Doppelbelichtungs-Effekte*.

Denn: – Was geschieht während des Prozesses der Belichtung? – In der Photoschicht sind auf den Silberbromid-Mikrokristallen Sensibilitätszentren vorhanden, von denen aus durch Umladungen von Elektronen und Zwischengitterionen metallische Silberkonglomerate – die „Keime“ – in einer Reaktionskette über mehrere Stufen aufgebaut werden.

Fasst man diese „Keimstufen“ zu einem Spaltenvektor $\mathbf{c}$ zusammen, dann erfolgt im Prozess der Belichtung eine Umverteilung der Keime auf die Stufen, also eine Transformation des Anfangsvektors $\mathbf{c}(0)$ mit einer von der Intensität E und der Zeit t der Belichtung abhängigen Resolventenmatrix $\mathbf{B}(E, t)$, die als „Belichtungsmatrix“¹⁰ bezeichnet wird,

$$\mathbf{c}(t) = \mathbf{B}(E, t)\mathbf{c}(0). \quad (18)$$

Nach der Umverteilung der Keime werden aus der Stufenkette nur *die* Keime photographisch „entwickelt“, die eine kritische Anzahl von Silberatomen (nach experimentellen Befunden: 4 Atome)¹¹ konglomeriert haben. Die Auswahl erfolgt durch einen Zeilenvektor der Entwicklungswahrscheinlichkeiten $\bar{\mathbf{w}}$. Das Skalarprodukt des Spaltenvektors $\mathbf{c}(t)$ und des Zeilenvektors $\bar{\mathbf{w}}$ ergibt nach der Transformation mit der Belichtungsmatrix $\mathbf{B}(E, t)$ die dem SCHWARZSCHILDschen Schwärzungsgesetz Gl. (2) äquivalente Beziehung

$$\bar{\mathbf{w}}\mathbf{B}(E, t)\mathbf{c} = \text{const}, \quad (19)$$

in der das gesamte Reaktionssystem der Belichtung in Struktur und Funktion enthalten ist. In diesem Sinne ist das „SCHWARZSCHILD-Produkt“ – in der Form Et^p und auch E^qt – eine reduzierte Version der „Belichtungsmatrix“ nach Gl. (19), also der Resolventenmatrix des Reaktions-Differentialgleichungssystems für den Keimaufbau des Latenten Bildes. –

Doppel- und Mehrfachbelichtungen ergeben sich aus der Multiplikation der Belichtungsmatrizen $\mathbf{B}_i$, wobei entsprechend der Definition der Matrizenmultiplikation die Indizes von rechts nach links laufen,

$$\mathbf{B}_{1,2,\dots,n} = \mathbf{B}_n \cdots \mathbf{B}_2\mathbf{B}_1. \quad (20)$$

Die Nichtkommutativität von Prozessabschnitten kann man als Vertauschungsrelation der Matrizenmultiplikation beschreiben. So gilt für die Prozessmatrizen $\mathbf{B}_1$ und $\mathbf{B}_2$ mit der Nullmatrix $\mathbf{O}$:

$$\mathbf{B}_2\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_1\mathbf{B}_2 \neq \mathbf{O}. \quad (21)$$

Die Betrachtung der Entstehung des Latenten Bildes als Prozess ermöglicht jedoch auch noch die Erklärung weiterer photographischer Belichtungseffekte. Insbesondere sind es die Doppelbelichtungseffekte – wie der WEINLAND-Effekt und der CLAYDEN-Effekt, die sich dadurch auszeichnen, dass die Umkehrung der Reihenfolge von Kurz- und Langbelichtungen zu unterschiedlichen Schwärzungsergebnissen führt. Nicht-kommutativ sind aber auch der HERSCHEL-Effekt (Normal- und Rot-Belichtung), der ALBERT-Effekt (Normal- und diffuse Vor- oder Nachbelichtung), der VILLARD-Effekt (Normalbelichtung und Röntgenstrahlen-Exposition) und der BECQUEREL-Effekt (Normalbelichtung und Kernstrahlungs-Exposition). Eine Erklärung für das Verhalten der Photoschicht bei der Vertauschung unterschiedlicher Belichtungen liefert allein die Betrachtung der Entstehung des Latenten Bildes als Prozess.

¹⁰Belichtungsmatrix – Internet: www.ewald-gerth.de/43.pdf und www.ewald-gerth.de/36.pdf
Gesamtdarstellung – Internet: www.ewald-gerth.de/habilitation.pdf

¹¹Krüber K., Gerth E.: „Keimordnungszahl“ n – Internet: www.ewald-gerth.de/33.pdf

Es ist ein generelles Merkmal aller Prozesse, dass die Vertauschung von Prozessabschnitten mit unterschiedlichen Einflussbedingungen im allgemeinen nicht-kommutativ ist!

Bei Exposition der Photoschicht mit RÖNTGEN- oder Kernstrahlung ergibt sich gegenüber der Normalbelichtung eine Besonderheit: das Reziprozitätsgesetz nach Gl. (1) gilt exakt.

Dennoch gibt es keinen grundlegenden Widerspruch zu dem Keimstufen-Modell; denn durch die Treffer der energiereichen RÖNTGEN- bzw. Kernstrahlungsquanten auf ein Silberbromidkorn erfolgt eine Überschwemmung des Kristallgitters mit Elektronen und damit ein Durchlaufen aller Keimstufen der Reaktionskette mit einem Schlage – ohne dass zwischen einzelnen Stufen Reaktionsgleichgewichte eintreten könnten.

Hier schließt sich also der Kreis der Gültigkeit des Reziprozitätsgesetzes, von dem SCHWARZSCHILD ausgegangen war.

Seine große Entdeckung lag in der Schwachheit des Lichtes des Gestirne!

Der Wert einer wissenschaftlichen Erkenntnis wird oft an ihrer Tragkraft für darauf aufbauende weitere Entwicklungen gemessen. Mit seinen – bleibende Maßstäbe setzenden – Arbeiten zur Photometrie der Gestirne hat SCHWARZSCHILD nicht nur dem beobachtenden und messenden Astronomen ein wertvolles Rüstzeug in die Hand gegeben, sondern er hat auch die Entwicklung der wissenschaftlichen Photographie entscheidend beeinflusst.

Die Bedeutung der SCHWARZSCHILDschen Arbeiten endet auch nicht mit der gegenwärtig schon vorhersehbaren Ablösung der silbergebundenen Photographie durch andere Methoden. Die Reaktion der Silberhalogenide ist als ein *Prototyp eines kinetischen Prozesses* anzusehen. Das SCHWARZSCHILD-Gesetz besitzt somit auch über den Rahmen der Astrophysik und der wissenschaftlichen Photographie hinaus eine Bedeutung. Es wird immer bei Prozessen mit kausal verknüpften, qualitativ unterschiedlichen Stadien mit Vor- und Rückreaktionen auftreten, wenn die prozesstreibenden Kräfte und die Reaktionszeit für eine bestimmte Wirkung nicht mehr in einem Reziprozitätsverhältnis stehen. An die Stelle der kontinuierlichen Reaktionszeit kann auch eine diskontinuierliche, kausale Ereignis-Zeit-Folge treten.

Das SCHWARZSCHILDsche Schwärzungsgesetz erweist sich in weitgespannter Verallgemeinerung auf die Prozesskinetik als ein reaktionskinetisches Näherungsgesetz für mehrstufige Reaktionen, wobei die reaktionsbeeinflussenden Größen – d. h. auch die Reaktionszeit t bzw. die kausale Ereignisfolge – wegen des Eintretens von Gleichgewichtszuständen zwischen einzelnen Stadien des Reaktionssystems in ungleicher Weise in die Bruttoreaktion eingehen. Obwohl die Zeit t unter den Einflussgrößen des dynamischen Prozesses eine Sonderstellung einnimmt, kann sie formal gleichrangig mit den anderen Einflussgrößen behandelt werden.

In verallgemeinerter Form ist das SCHWARZSCHILD-Gesetz für konstante Reaktionswirkungen ein Potenzprodukt von k Einflussgrößen x_i mit den „SCHWARZSCHILD-Exponenten“ p_i – vergleichbar mit dem Massen-Wirkungs-Gesetz der Physikalischen Chemie –

$$\prod_{i=1}^k x_i^{p_i} = \text{const.} \quad (22)$$

Lassen Sie mich damit schließen, dass ich am Ende meiner Ausführungen über den SCHWARZSCHILD-Effekt – also ein scheinbares „Nebenprodukt“ der weitumfassenden wissenschaftlichen Wirksamkeit SCHWARZSCHILDS – mit großem Respekt den Namen des Mannes ausspreche, dessen wir heute an seinem 100. Geburtstage gedenken:

Karl Schwarzschild

Ich danke für Ihre Aufmerksamkeit.