

# A Second-order Correlation Approximation for Thermal Conductivity and Prandtl Number of Free Turbulence

Karl-Otto Eschrich and Günther Rüdiger

## Abstract

By means of a linearizing approximation we determine the scalar thermal eddy conductivity  $\chi_T$  in its dependence on the spectral function of the (given) turbulence and the microscopic conductivity  $\chi$ . The discussion of the profile  $\chi_T(x)$  reveals the importance of the shape of the frequency spectrum of the velocity fluctuations. Spectra which decrease with increasing frequency produce eddy conductivities which decrease with increasing  $\chi$ . A distinct peak in the frequency spectrum corresponds to a non-trivial maximum of the  $\chi_T$ -profile. These general findings are confirmed by examples some of which are numerical.

Very small molecular diffusivities generally lead to a turbulent PRANDTL number of 0.4 in rough accordance with most of the measurements. For large diffusivities, however, the turbulent PRANDTL number behaves inversely to the molecular PRANDTL number. We have to doubt thus the general belief that eddy conductivity always exceeds eddy viscosity. For the effective PRANDTL number of the Sun we find an upper limit of 0.3.

An application of our theory to the smallscale motions in the upper Earth core yields values of 0.4.

## Zusammenfassung

Mittels einer Linearisierung wird die skalare turbulente Temperaturleitfähigkeit  $\chi_T$  in ihrer Abhängigkeit von Spektralfunktionen (der Turbulenz) und der molekularen Leitfähigkeit  $\chi$  bestimmt. Das Profil  $\chi_T(x)$  hängt wesentlich von der Gestalt des Frequenzspektrums ab. Monoton fallende Spektren erzeugen monoton fallende Profile  $\chi_T(x)$ . Ein ausgebildetes Maximum im Spektrum findet sich dagegen als Maximum von  $\chi_T$  bei einem gewissen  $\chi$  wieder. Numerische Rechnungen bestätigen dieses allgemeine Resultat.

Für sehr kleine molekulare Diffusivitäten erhalten wir für die turbulente PRANDTL-Zahl den Wert 0.4 in ungefähre Übereinstimmung mit den Messungen. Im gegenteiligen Falle geht die turbulente PRANDTL-Zahl mit dem Kehrwert der molekularen PRANDTL-Zahl ein. Wir bezweifeln folglich die allgemeine Ansicht, daß die turbulente PRANDTL-Zahl immer kleiner als Eins ist.

Die Anwendung der Theorie auf die Granulation der Sonne führt auf eine effektive PRANDTL-Zahl von etwa 0.3, während im oberen Erdkern der Wert 0.4 gültig ist.

## Reference:

Karl-Otto Eschrich: Astron. Nachrichten, **304** (1983) 171-160

Abstract:

<http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/asna.2113040406/abstract>

<http://adsabs.harvard.edu/abs/1983AN...304..171E>

Fulltext:

<http://adsabs.harvard.edu/full/1983AN...304..171E>

Home:

[www.ewald-gerth.de/karl-otto-eschrich.htm](http://www.ewald-gerth.de/karl-otto-eschrich.htm)