

# Experimente mit versilberten Hohlkugeln (Weihnachtsbaumkugeln) <sup>1</sup>

Horst Melcher, Manfred Gläser, Ewald Gerth

*Herrn Prof. Dr. h. c. Horst Grimmer  
zur Vollendung seines 65. Lebensjahres am 18. Mai 1964 gewidmet*

Im folgenden werden einige Versuche beschrieben, die mit *handelsüblichen Weihnachtsbaumkugeln* durchführbar sind. Diese Kugeln eignen sich besonders gut für elektrostatische Versuche, da sie die den Metallbelägen zugeführten Ladungen sehr lange behalten [1]. Das Bild 1 zeigt einen Schnitt durch eine solche Kugel mit Innenschicht.



Bild 1 Schnitt durch eine Weihnachtsbaumkugel mit elektrisch leitender Innenschicht

Da die elektrischen Feldlinien senkrecht aus der Kugeloberfläche austreten, hat man sich ihren Ursprung im Kugelmittelpunkt zu denken. Dadurch ist eine nahezu punktförmige Feldquelle der Ladung  $Q_1$  gegeben, die bei einer Wechselwirkung mit einer zweiten Quelle  $Q_2$  das COULOMBSche Kraftgesetz

$$F_C = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4\pi \cdot \varepsilon} r^{-n}$$

mit dem Exponenten  $n = 2$  ergibt. Hierbei ist  $r$  der Abstand der Feldquellen und  $\varepsilon$  die Dielektrizitätskonstante. Im allgemeinen – besonders bei der Kraftwirkung von Magneten aufeinander – ergeben sich Exponenten, die kleiner oder größer als  $n = 2$  sind [2].

Der Idealfall  $n = 2$  ist bei den *Weihnachtsbaumkugeln* nahezu erfüllt.

Die Kugeln müssen gut isoliert aufgehängt werden, wozu Zwirn oder Perlonfäden (Angelsehne) geeignet sind. Ein besonderer Vorteil bei der Verwendung von Sehnen ist, daß praktisch keine Verdrillung eintritt. Faserige Bindfäden versprühen die Ladungen leicht und verursachen außerdem vor allem bei großer Pendellänge einen größeren Luftwiderstand. Eine gute Isolierung wird auch durch ein trockenes Haar gewährleistet, das zwischen Kugel und Aufhängefaden eingeknüpft ist. Für manche Versuche ist ein dünner Aufhänge Draht erforderlich, der an einem gut isolierten Brett oder Stab (Hartgummi) befestigt wird. Die Kugeln sind Meßobjekt (Kondensator) und Elektrometer zugleich.

<sup>1</sup>Der Text mit den dazugehörigen Abbildungen wurde im Jahre 2011 aus den drei Heften 9-11 der Zeitschrift *Physik in der Schule* des Jahrgangs 1964 durch Digitalisierung entnommen und originalgetreu wiedergegeben.

Neben den elektrostatischen Versuchen eignen sich die Weihnachtsbaumkugeln noch für eine Reihe anderer Versuche. Insbesondere ermöglicht die Konvexspiegelwirkung eine photographische Aufzeichnung ihrer Bahnen. Schließlich sind sie in größeren Mengen und unterschiedlicheren Größen leichter zu beschaffen als graphitierte Tennisbälle oder vergoldete Holundermarkkugelnchen.

### ***Die Abstoßung gleichnamiger elektrischer Ladungen***

An einem etwa 1 m langen Faden hängt eine Weihnachtsbaumkugel in Höhe des Konduktors eines Schul-Bandgenerators. Sie ist durch den Bandgenerator aus ihrer Nulllage verdrängt und liegt an der Kugel des Bandgenerators an. Sobald der Generatorkopf aufgeladen ist, wird die Kugel von ihm abgestoßen (Bild 2) und pendelt, ohne ihn wieder zu berühren, einige Male hin und her. Da die Kugel aber ihre Ladung allmählich verliert, berührt sie nach einer gewissen Zeit wieder den Konduktor des Generators und lädt sich so erneut auf. Der Vorgang wiederholt sich so lange, bis der Generator entladen ist (vergleiche hierzu das „Elektrische Glockenspiel“ in [3]).

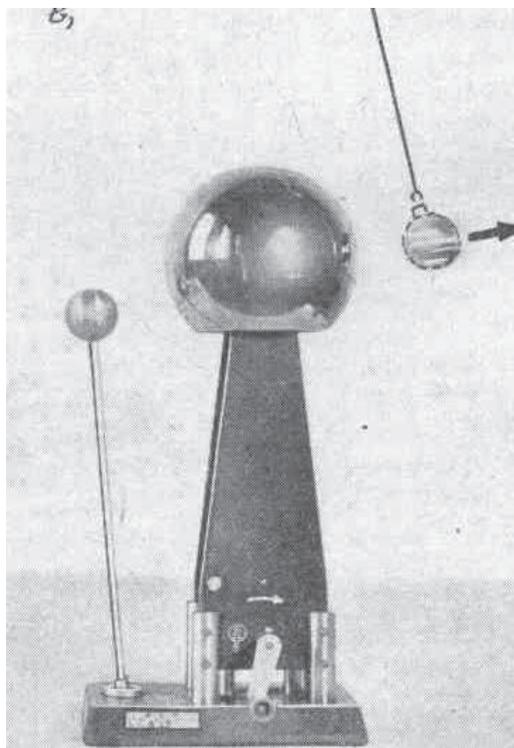


Bild 2 Abstoßung gleichnamiger elektrischer Ladungen

Eine Versuchsvariante besteht darin, daß man zwei Kugeln an etwa 20 bis 30 cm langen Fäden (Haar) so aufhängt, daß sie sich in Ruhestellung berühren. Lädt man sie danach elektrisch auf, indem man einen geriebenen Kamm (Hartgummi) in den Metallösen abstreift, so pendeln sie umeinander herum, ohne sich zu berühren (Bild 3).

### ***Die Anziehung ungleichnamiger elektrischer Ladungen***

Die Versuchsanordnung gleicht dem in Bild 2 dargestellten Aufbau. Der Bandgenerator steht neben der frei hängenden Weihnachtsbaumkugel. Der Abstand zwischen Bandgeneratorkopf und Weihnachtsbaumkugel kann 10 cm betragen. Sobald der Generator aufgeladen wird, nähert sich

ihm die Weihnachtsbaumkugel auf Grund der Influenz. Hat sie die Kugel des Generators berührt, so erfolgt nach gleichnamiger Aufladung elektrostatische Abstoßung.

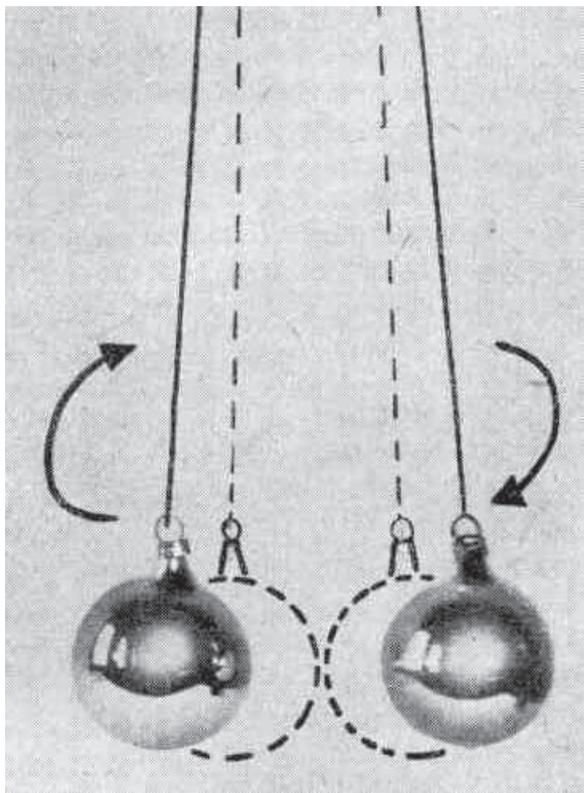


Bild 3 Abstoßung gleichnamiger elektrischer Ladungen auf gleichartigen Pendelkörpern mit gemeinsamen Aufhängepunkt

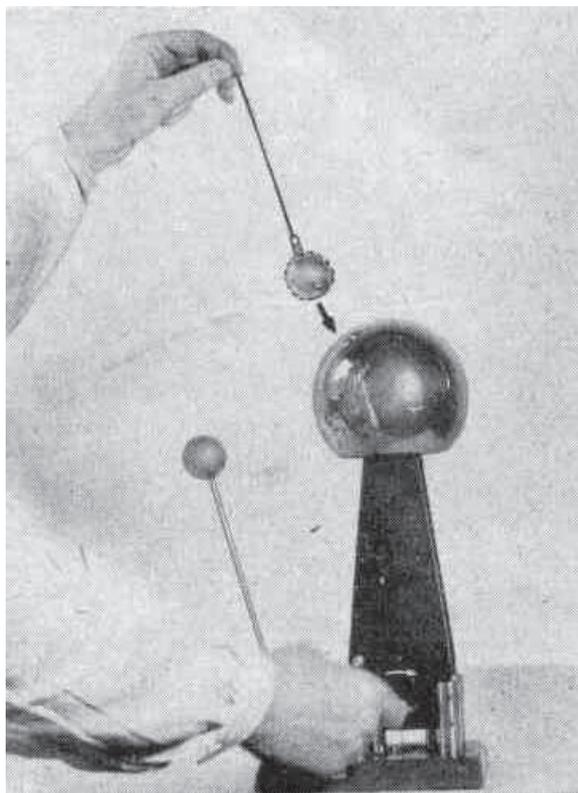


Bild 4 Anziehung ungleichnamiger elektrischer Ladungen

Hält man den Faden der Kugel in der Hand und nähert sie dem aufgeladenen Bandgeneratorkopf, so kann man die elektrostatische Anziehungs- oder Abstoßungskraft deutlich spüren (Bild 4).

### *Messungen zum Coulombschen Gesetz*

Eine direkte Kraftmessung zwischen den gleichnamig oder ungleichnamig aufgeladenen Weihnachtsbaumkugeln ist nicht ohne weiteres möglich. Im folgenden Versuch werden die Abstossungs- bzw. Anziehungskräfte  $F$  durch Messung der Pendelauslenkung (für kleine Winkel) bestimmt. Im Gegensatz zu der in [4] beschriebenen Versuchsanordnung werden beide Kugeln als Pendel verwendet. In diesem Fall benötigt man keinen hochwertigen Isolierstab wie bei [4], da man bereits durch Angelsehen eine ebensolche Isolierung erzielen kann. Zwei Weihnachtsbaumkugeln werden an je einem etwa 3m langen möglichst dünnen Faden aus zusammengeknüpften Haaren oder aus dünnen Angelsehen an einer gemeinsamen Aufhängung (Bild 5) befestigt. Etwa 20cm über den Kugeln ist ein glatter Stab (Glas) gehalten, an dem die beiden Fäden leicht anliegen. Dadurch erfolgt die Bewegung der Kugeln in einer Ebene, was man auch durch bifilare Aufhängung erreichen kann. Die beiden Kugeln werden mit Hilfe einer 4m bis 5m entfernten Lichtquelle auf ein Lineal oder ein Blatt Millimeterpapier mit eingezeichneten Maßzahlen projiziert. Um eine annähernd parallaxenfreie Abstandsbestimmung zu gewährleisten [9], soll sich der Maßstab etwa 20cm hinter den Kugeln befinden. Um die Pendellängen schnell und ohne wesentliche Veränderung des Ladungszustandes einstellen zu können, wird ein genügend schwerer Drahttring von der gemeinsamen Aufhängung der beiden Pendel an einer Angelsehne jeweils

etwa 20 cm heruntergelassen. Dadurch wird der gemeinsame Aufhängepunkt der beiden Pendel nach unten verlagert und somit die Pendellänge verkürzt. Die jeweils einzustellende Pendellänge markiert man an der Angelsehne durch kleine Schlaufen.

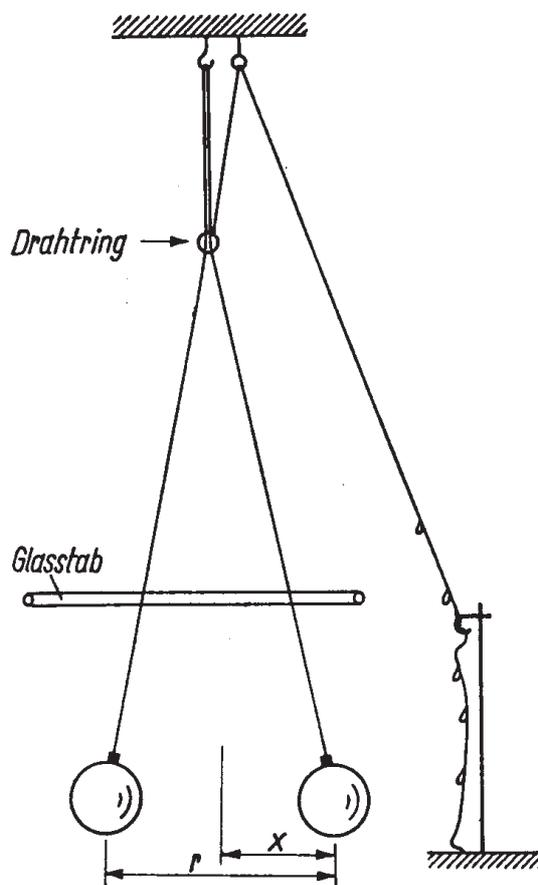


Bild 5 Versuchsaufbau für die Messungen zum COULOMBSchen Gesetz

Vor dem eigentlichen Versuch werden die Schwingungsdauern für die verschiedenen Pendellängen der Weihnachtsbaumkugeln bestimmt. Zu diesem Zweck wird einer der beiden Pendelfäden etwas außerhalb der Nulllinie straff eingespannt. Läßt man den Draht ring herab, so kann man an dem anderen Pendel die jeweilige Schwingungsdauer bestimmen. Mit Hilfe der Formel für die Schwingungsdauer für geringe Amplituden

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

wird die jeweilige Länge  $l$  der Pendel errechnet. Die Abstoßungskraft ergibt sich durch Multiplikation des Gewichts  $G$  beider Kugeln mit dem Tangens des Auslenkungswinkels:

$$F_p = \frac{G \cdot r}{l}$$

( $r$ : jeweiliger Abstand der Kugelmittelpunkte).

Bei dem Versuch zur Ermittlung des Abstoßungsgesetzes werden die beiden Kugeln zunächst gleichnamig aufgeladen und evtl. Schwingungen mit Hilfe eines isolierenden Stabes beseitigt.

Darauf wird auf dem Lineal (oder Millimeterpapier) der Abstand der beiden Kugelmittelpunkte bei den verschiedenen Pendellängen durch Messung des Abstandes der linken oder rechten Schattenränder gemessen. Die Auswertung erfolgt mit Hilfe von doppeltlogarithmischem Koordinatenpapier, indem man die jeweiligen Kräfte über dem Abstand aufträgt. Der Anstieg der erhaltenen Geraden ergibt den Exponenten des Kraftgesetzes

$$F_C = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi \cdot \varepsilon} r^{-n},$$

der für ideale Punktfeldquellen  $n = 2$  ist. Einige Meßergebnisse sind in Bild 6 dargestellt; sie zeigen, daß (innerhalb des Meßbereiches) ein Kraftgesetz mit  $n = 2$  gilt.

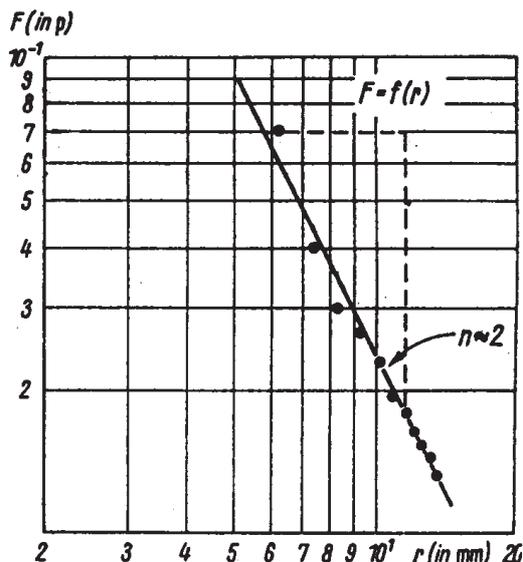


Bild 6 Doppeltlogarithmische Darstellung des COULOMBSchen Gesetzes:  $F_C = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi \cdot \varepsilon} r^{-n}$

### **Zur Ablenkung von bewegten geladenen Teilchen (z.B. $\alpha$ -Teilchen, Protonen) an schweren Kernen**

Zur Analogiedemonstration der Ablenkung von Teilchen an schweren Kernen werden im allgemeinen magnetische Kraftfelder verwendet [2, 5] und [6, S. 57]. Im folgenden Versuch stellt der Bandgeneratorkopf den z. B. positiv geladenen Kern eines Atoms dar, in dessen Nähe ein geladenes Teilchen – gleichnamig aufgeladene Weihnachtsbaumkugel – eingeschossen wird. Für den Versuch verwendet man den auf Seite 4 beschriebenen Aufbau. Sobald die Kugel abgestoßen worden ist, wird sie an der isolierenden Aufhängung festgehalten, so daß man sie unter flachen Winkeln in Richtung auf den Generatorkopf schwingen lassen kann.

Die Weihnachtsbaumkugel beschreibt hyperbelähnliche Bahnen, die durch vertikale Schattenprojektion an der Zimmerdecke oder am Fußboden sichtbar gemacht werden [7]. Je nach ihrer Geschwindigkeit und dem Winkel, unter dem sich die Kugel dem abstoßenden Zentrum nähert, erhält man unterschiedliche Ablenkrichtungen (Bild 7). Eine unmittelbare Aufzeichnung der Bahnen wie bei den in [5] beschriebenen Versuchen ist hierbei nicht gegeben. Stattdessen ist es auf Grund der Spiegelwirkung der Weihnachtsbaumkugeln möglich, die Bahnen als helle Lichtspuren auf dunklem Untergrund zu photographieren (Bild 7). Verwendet man dabei eine stroboskopische Beleuchtung, bei der in regelmäßigen Zeitabständen die Beleuchtung der sich bewegenden Kugel kurzzeitig unterbrochen wird, so erhält man zu der Bahn eine Zeitzuordnung, die eine weiterführende Versuchsauswertung ermöglicht.

Das Bild 8 zeigt das Prinzip eines diesbezüglichen Versuchsaufbaus. Der verwendete Motor wird über einen Regelwiderstand an das Netz angeschlossen, damit man die geeignete Beleuchtungs-frequenz einstellen kann. Diese richtet sich nach der gewünschten Lichtmarkenfrequenz und ist bei den hier beschriebenen Versuchen etwa so zu wählen, daß das Auge das Flackern gerade noch wahrnehmen kann. Der Experimentierraum ist nahezu verdunkelt; die Reuterlampe wird mit Überspannung betrieben. Ein  $\frac{17}{10}^\circ$  DIN-Film wird bei größter Blende belichtet und der Ver-schluß von Hand geöffnet und geschlossen. Durch Vergrößern auf hartes Fotopapier kann man einen eventuell schwach mitfotografierten Hintergrund beseitigen.

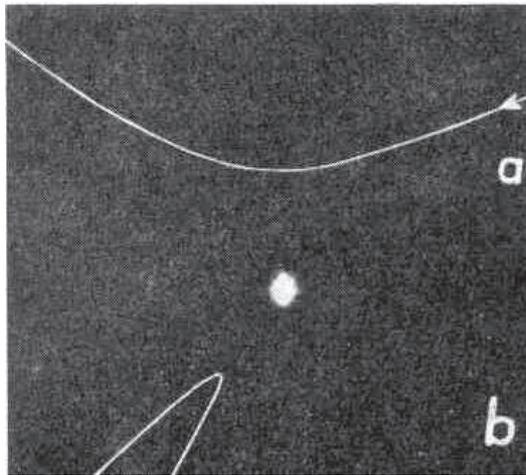


Bild 7 Ablenkung von bewegten geladenen Kernteilchen durch schwere gleichnamig geladene Zentren (Kerne)

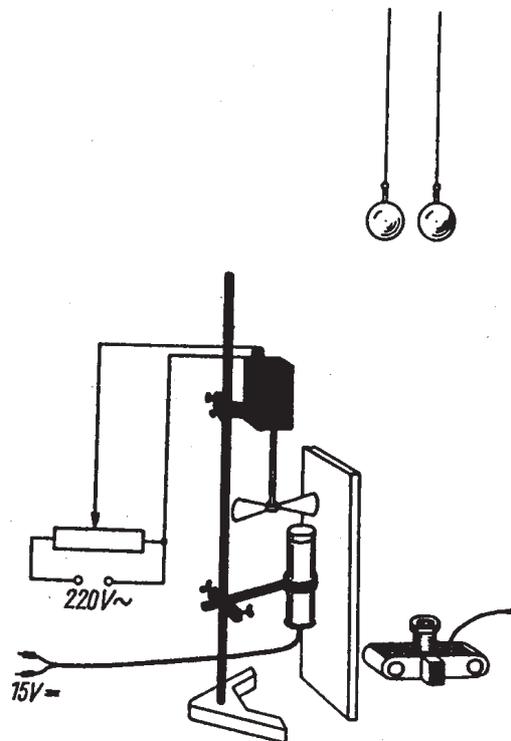


Bild 8 Versuchsaufbau zur Aufnahme stroboskopisch beleuchteter Weihnachtsbaumkugeln

Läßt man die Kugel mehrmals aus der gleichen Richtung, aber mit unterschiedlicher Geschwindigkeit (Abstandsvariation) gegen das Abstoßungszentrum schwingen, so erhält man die in Bild 9 wiedergegebenen fotografierten Bahnen 1, 2, 3.

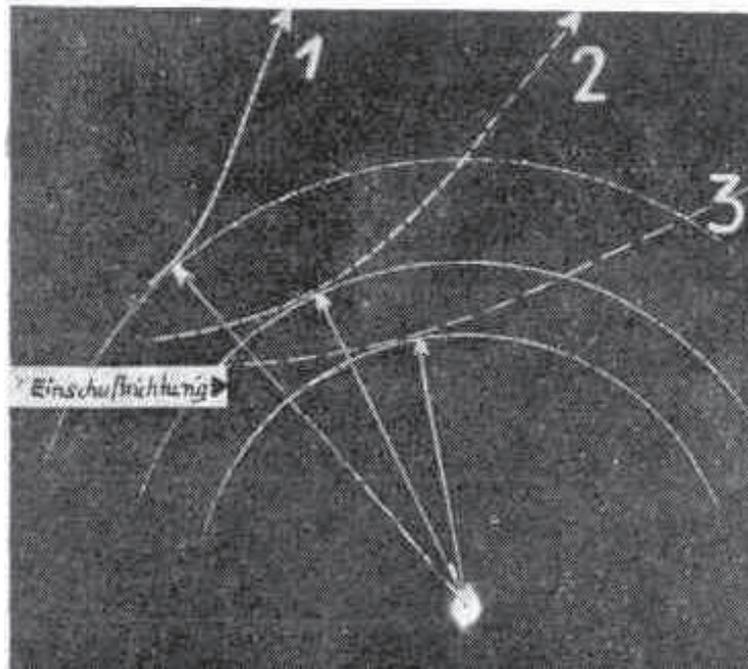


Bild 9 Zur Abhängigkeit des Stoß- bzw. Wirkungsquerschnittes von der Teilchenenergie

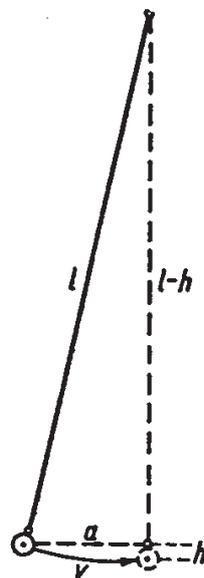


Bild 10 Zur Ermittlung der maximalen Geschwindigkeit eines Pendelkörpers (Weihnachtsbaumkugel) aus der Auslenkung

Die Geschwindigkeit der Kugel beim Durchgang durch die Ruhelage kann durch die Größe der Auslenkung variiert werden. Gemäß folgender Überlegung läßt sich diese leicht ausrechnen (Bild 10).

Aus der Beziehung

$$a^2 = l^2 - (l - h)^2$$

$$a^2 = 2lh - h^2$$

wird

$$h = l \pm \sqrt{l^2 - a^2}$$

bestimmt.

Ferner gilt  $\frac{mv^2}{2} = mgh$

oder  $v^2 = 2gh$ .

Setzt man diesen Wert in die obere Gleichung ein, so erhält man  $v^2 = 2g(l \pm \sqrt{l^2 - a^2})$

und  $v = \sqrt{2g(l \pm \sqrt{l^2 - a^2})}$

Vernachlässigt man  $h^2$  in  $a^2 = 2lh - h^2$ , so erhält man mit  $h = \frac{a^2}{2l}$  aus  $v^2 = 2gh$  die Näherungsbeziehung

$$v = a\sqrt{\frac{g}{l}}.$$

Durch diese einfache Art der Geschwindigkeitsbestimmung kann man zeigen, daß der Stoß- oder Wirkungsquerschnitt  $\sigma$  von der Energie des Teilchens abhängig ist. Man vergleiche dazu die in Bild 9 nachträglich eingezeichneten „Kernradien“  $r$ . Es gelten die Beziehungen  $\sigma \sim \frac{1}{\sqrt{E}}$  bzw.  $\sigma \sim \frac{1}{v}$ , wobei man für  $\sigma = \pi r^2$  setzt. Man erkennt aus Bild 9, daß der „Stoß-“ oder „Streuquerschnitt“ mit wachsender Teilchenenergie abnimmt. Eine quantitative Auswertung setzt voraus, daß die Ladung der Kugeln in jedem Falle gleich groß ist. Schließlich muß auch die Beleuchtungsfrequenz, d. h. die Drehzahl des Motors konstant sein.

### ***Pendelfrequenz und Motordrehzahl***

Das in den obigen Versuchen benutzte Pendel wird als Kegelpendel verwendet. Im Bild 11 ist die Pendelbahn nach dem stroboskopischen Verfahren (Bild 8) dargestellt. Man erkennt, daß – auf Grund der Reibung – die Schwingungsweiten des Pendels abnehmen, während die Schwingungsdauer konstant bleibt. Die Schwingungsdauer  $T_D$  einer gedämpften Schwingung ist im Vergleich zu der ungedämpften Schwingung  $T$  vergrößert:

$$T_D = T\sqrt{1 + \frac{\lambda^2}{4\pi^2}};$$

hierbei ist  $\lambda = \sigma T = \ln \frac{A_n}{A_{n+1}}$  das logarithmische Dekrement, das die Dämpfung charakterisiert, und  $n$  bezeichnet die Zahl der Perioden. Es läßt sich aus dieser Aufnahme das logarithmische Dekrement auf einfache Art und Weise recht genau bestimmen. Zur Bestimmung des logarithmischen Dekrements, das ein Maß für die Dämpfung der harmonischen Schwingung ist, mißt man jeweils zwei aufeinanderfolgende Amplituden  $A_n$  und  $A_{n+1}$ , also die den Umläufen  $n$  bzw.  $n + 1$  entsprechenden Schwingungsweiten.

Man kann das logarithmische Dekrement für verschiedene Pendelmassen (bei gleichem Volumen des Pendels) ermitteln, indem man die Kugel z. B. mit Schrot oder Sand füllt (Schülerübungen).

Am Bild 11a fällt auf, daß die Lücken zwischen den Lichtspuren von außen nach innen z. T. unregelmäßig gegeneinander versetzt sind. Diese Tatsache beruht auf der nicht konstanten Drehzahl des Motors. Verwendet man einen Motor mit konstanter Drehzahl, so erkennt man den symmetrischen Verlauf der „Lückenspuren“, die nicht gegeneinander versetzt sind.

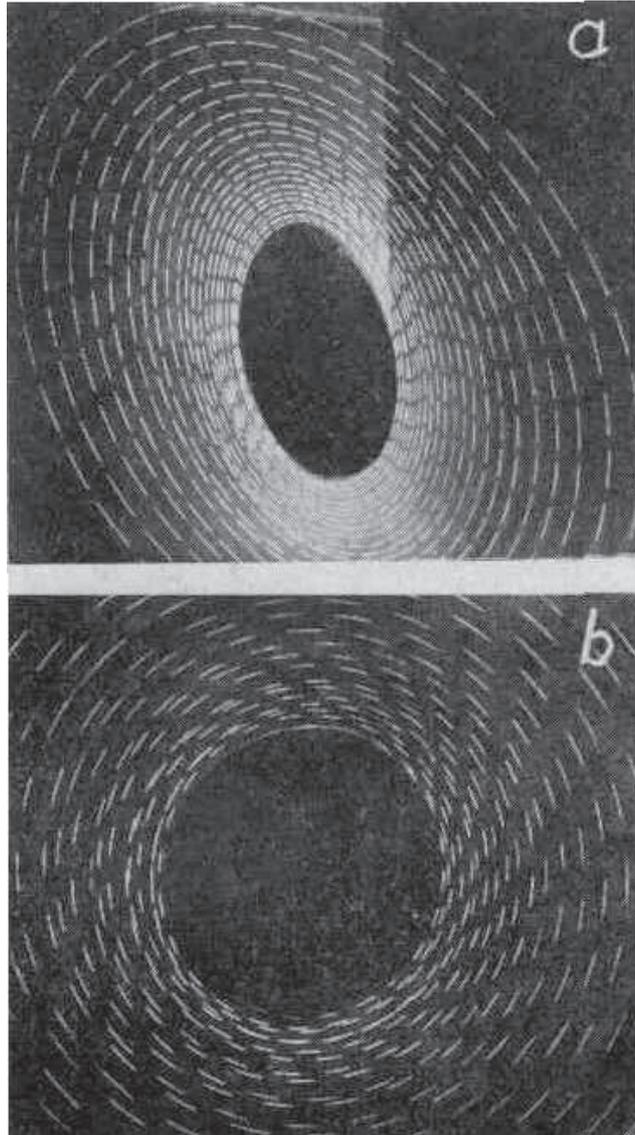


Bild 11 Stroboskopische Bahnspur eines Kegelpendels bei ungleichmäßiger (a) und gleichmäßiger (b) Umdrehungszahl des Motors.

Im Bild 11 b ist eine solche Pendelspur zu erkennen, die im Gegensatz zu Bild 11 a mit einem Synchronmotor erzielt wurde. Man kann demzufolge mit solchen Aufnahmen die Konstanz der Motordrehzahl überprüfen und bei bekannter Pendelfrequenz (oder Schwingungszeit) die Drehzahl eines Motors feststellen; hierbei ist selbstverständlich die Anzahl der Lichtmarken (Sektorfelder der rotierenden Scheibe) je Umlauf des Motors zu berücksichtigen. (Wird fortgesetzt.)

*Dr. Horst Melcher, Manfred Gläser, Ewald Gerth*

**Literatur:** Siehe Seite 27 !

# Experimente mit versilberten Hohlkugeln

(Teil II)

*Im folgenden setzen wir die im Heft 9 dieser Zeitschrift begonnene Arbeit von Dr. H. Melcher, M. Gläser und E. Gerth fort. Während im Teil I Versuche über Anziehung und Abstoßung elektrischer Ladungen, zum COULOMBSchen Gesetz sowie zur Ablenkung von bewegten geladenen Teilchen beschrieben wurden, folgen im zweiten Teil Anregungen für Experimente zur Energieübertragung durch elektrische Felder, Versuche zu den KEPLERSchen Gesetzen und zum Impulserhaltungssatz beim elastischen Stoß.*

*Die Redaktion*

## ***Energieübertragung durch elektrische Felder***

Infolge von Kopplungen können in schwingungsfähigen Gebilden Energieübertragungen bzw. Energieausbreitungen stattfinden. Aus Demonstrationsversuchen zur Mechanik und Wellenlehre sind eine Reihe von gekoppelten Pendeln und „Wellenmaschinen“ bekannt, bei denen die Pendel bzw. Schwingungssysteme durch mechanische Hilfsmittel gekoppelt sind, z. B. Gummifäden, Schnüre mit Gewichten, Schraubenfedern u. ä.

In [8] wurde mitgeteilt, daß grundsätzlich eine Kopplung auch durch beliebige Felder erzielt werden kann, d. h., daß gekoppelte Pendel oder „Wellenmaschinen“ z. B. auch mit Hilfe von magnetischen Feldern, z. B. durch Dauermagnete oder Stromspulen, oder mittels elektrischer Felder, z. B. durch elektrisch aufgeladene Kugeln, verwirklicht werden können. Im folgenden werden einige Versuche mit elektrostatisch gekoppelten Kugeln mitgeteilt.

## ***Feldkopplung bei Pendeln***

An etwa 50 cm langen, gut isolierenden Fäden hängen in geringem Abstand zwei Weihnachtsbaumkugeln.

Zunächst sind beide Kugeln elektrisch neutral. Eine der beiden Kugeln wird entweder transversal oder longitudinal zum Schwingen gebracht, die andere bleibt in Ruhe.

Daraufhin nähert man beiden Kugeln in gleichem Maße den aufgeladenen Konduktor des Bandgenerators. Kurz darauf beginnt die nicht angestoßene Kugel mehr und mehr zu schwingen. Schließlich kommt die ursprünglich schwingende Kugel zur Ruhe, und die andere Kugel erreicht maximale Elongation. Das wiederholt sich in stets wechselnder Richtung. Die Energie „flutet“ gleichsam durch die Vermittlung des Feldes, das infolge der Influenz durch den Bandgenerator zwischen beiden Kugeln aufgebaut ist, von einer Kugel zur anderen.

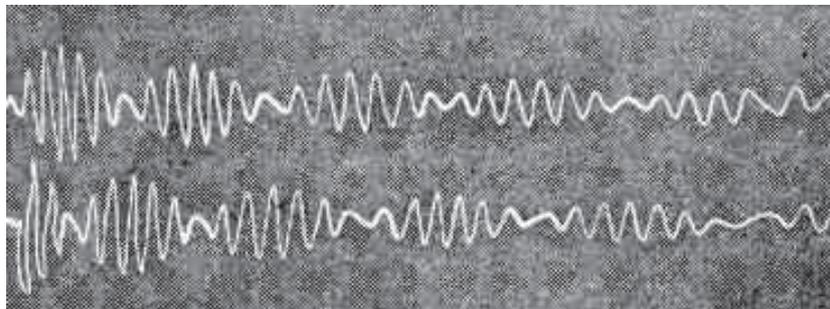


Bild 12 Schwingungen zweier feldgekoppelter Pendel, Schwebungskurve mit zwei Weihnachtsbaumkugeln

Im Bild 12 ist die Ort-Zeit-Funktion der gekoppelten Pendel experimentell erfaßt, d. h., es sind die Elongationen der beiden Pendel als Funktion der Zeit aufgenommen worden. Die Kurve wurde erhalten, indem die Kamera mit gleichmäßiger Geschwindigkeit unter den Pendeln bewegt wurde. Wenn das eine Pendel seinen größten Ausschlag besitzt, ist das andere praktisch in Ruhe. Die Schwingungsenergie wandert zwischen beiden Pendeln hin und her. Jedes Pendel beschreibt eine Schwebungskurve. Man erkennt, daß bei kleineren Geschwindigkeiten des Pendels (Umkehrpunkte) der Film intensiver belichtet wurde.

Auf Grund der Luftreibung der Kugeln und der Reibung der Aufhängung klingen die Koppelschwingungen ab. In Abhängigkeit von der Anstoßrichtung schwingen die Kugeln in Longitudinal- oder in Transversalrichtung. Entfernt man den Bandgenerator vor Abklingen der Schwingungen, so hört die Energieübertragung sofort auf. Beide Kugeln schwingen mit dem ihnen im Augenblick des Abbaus des elektrischen Feldes eigenen Energieanteil weiter. Man kann für diesen Versuch auch beide Kugeln mit einem geladenen Gegenstand vor Versuchsbeginn gleichnamig (oder ungleichnamig) aufladen und so eine Feldkopplung herstellen.

Dieser Versuch kann auch als Überraschungsversuch durchgeführt werden, indem man zwei Kugelpaare gleichzeitig vorführt. Bevor die Schüler den Physikraum betreten, lädt man ein Kugelpaar auf, das andere bleibt ungeladen.

Zu Unterrichtsbeginn regt man jeweils eine Kugel der Kugelpaare zu Schwingungen an und läßt die Erklärung für das unterschiedliche Verhalten suchen.

### ***Energieübertragung bei Wellenvorgängen***

An einem isoliert befestigten Stativstab von 1 m Länge werden etwa 10 bis 20 Weihnachtsbaumkugeln an 50 cm langen dünnen Drähten in gleichmäßigen Abständen aufgehängt (Bild 13a). Eine der äußeren Kugeln wird teilweise mit Sand oder Bleischrot gefüllt und in transversale oder longitudinale Schwingungen versetzt. Alle übrigen Kugeln bleiben in Ruhe, weil keine Kopplung zwischen ihnen besteht. Lädt man nun sämtliche Kugeln mit Hilfe eines Bandgenerators auf, den man mit dem isoliert aufgehängten Stativstab leitend verbindet, so setzt sofort eine Energieübertragung von der schwingenden Kugel auf die folgenden ein (Bild 13b). Die größere Masse der ursprünglich angeregten Kugel ist notwendig, um die zur Anregung sämtlicher anderen Kugeln erforderliche Energie zur Verfügung zu haben. Ohne die Massenvergrößerung der ersten als Energiereservoir dienenden Kugel sind die Amplituden der anderen durch die Feldkopplung angeregten Kugeln nur klein.

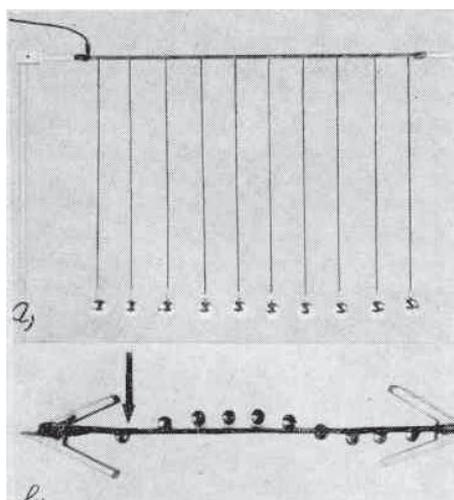


Bild 13 Versuchsaufbau zur Wellenausbreitung (a), Beginn eines transversalen Wellenvorgangs (b)

Die Wellenbewegung kann man z. B. mit einem unterhalb der Kugeln schräg aufgestellten Spiegel gut sichtbar machen. Die Demonstration wird aber effektvoller, wenn man an Stelle des Spiegels eine einfache Glasplatte verwendet, deren Rückseite mit einem schwarzen Tuch abgedeckt ist. Die Kugeln werden mit einer Reuter-Lampe von unten her beleuchtet. Man sieht dann die sich bewegenden Lichtflecke auf dunklem Grund. Hierzu wird der Raum abgedunkelt. An Stelle der Glasplatte mit dem Tuch kann man auch eine dunkle Glatzplatte aus Kunststoff verwenden.

### Versuche zum zweiten Keplerschen Gesetz (Flächensatz)

#### Flächensatz bei Abstoßungskräften

Das Bild 14 zeigt zwei hyperbelähnliche Bahnen: Eine elektrisch geladene Weihnachtsbaumkugel schwingt in Richtung auf den gleichnamig aufgeladenen Bandgenerator zu, der sich in der Pendel-Nullage befindet, und erzeugt bei stroboskopischer Beleuchtung Spuren auf einem Film gemäß der Versuchsanordnung nach Bild 8.

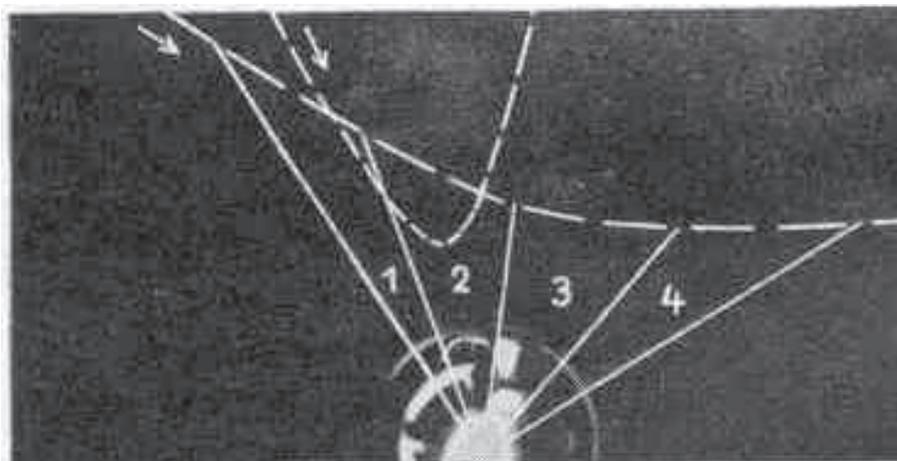


Bild 14 Flächensatz bei gleichnamig geladenen Körpern (Die Pfeile wurden nachträglich eingezeichnet.)

Die in Bild 14 eingezeichneten Leitstrahlen lassen vier „Dreiecke“ erkennen, die (etwa) gleich groß sind (Tab. 1).

Tabelle 1

Flächen- nummer	a in cm	b in cm	c in cm	Flächeninhalt in cm <sup>2</sup> (± 10 %)	
				be- rechnet	Plani- meter
1	3,2	8,9	6,2	6,3 <sub>1</sub>	6,3
2	3,0	6,2	4,6	6,3 <sub>0</sub>	6,2
3	3,0	4,6	5,4	6,4 <sub>5</sub>	6,3
4	3,3	5,4	8,0	6,4 <sub>9</sub>	6,3

Damit ist der Flächensatz experimentell anschaulich dargestellt: Der Leitstrahl überstreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächen, d. h., die „Flächengeschwindigkeit“ ist konstant. Die Ausmessung der Flächen, die zu den jeweiligen Bahnabschnitten gehören, kann mit dem Planimeter erfolgen. Die Flächengleichheit kann auch durch Ausschneiden des Papiers und Wägen bestimmt werden.

Am bequemsten ist es, die Flächeninhalte der Dreiecke gemäß  $A = \frac{1}{2}gh$  zu bestimmen; es muß sich dann ergeben:  $g_1h_1 = g_2h_2 = g_3h_3 = g_4h_4$  usw. ( $g$ : Grundlinie,  $h$ : Höhe des betreffenden Dreiecks). Hierbei ist die gekrümmte Lichtspur näherungsweise durch eine Gerade ersetzt.

Je länger die Pendelaufhängung ist, um so größer ist die für die Auswertung zur Verfügung stehende Bahnlänge. Bei sehr langen Pendeln (15 m) zeigt sich allerdings, daß der Pendelfaden (Sehne) keine Gerade darstellt, wenn die Pendelmasse zu klein ist.

Graphitierte Tischtennisbälle, die elektrisch geladen sind, schwingen nicht so lange wie Weihnachtsbaumkugeln. JAKOWLEW [6] verwendet für elektrostatische Versuche Wattekugeln, die mit Stanniol überzogen sind. Die Weihnachtsbaumkugeln besitzen die geringsten Reibungsverluste und bieten insbesondere wegen ihres Silberbelages als spiegelnde Innenschicht die Möglichkeit zu quantitativen Auswertungen mit photographischen Hilfsmitteln. Das zweite KEPLERSche Gesetz wurde bereits mit Hilfe von pendelnden Magnetkörpern anschaulich dargestellt, indem die Bahnspuren mit Hilfe der Staubfigurenmethode sichtbar gemacht wurden [5].

#### *Flächensatz bei Anziehungskräften und Pendelbewegungen*

Verwendet man dieselbe Versuchsanordnung, mit der das in Bild 14 dargestellte Ergebnis erhalten wurde, wobei nunmehr die Weihnachtsbaumkugeln und der Bandgenerator ungleichnamig aufgeladen sind, so erhält man die in Bild 15a und 15b dargestellten Bahnen. Die Bahnspur des Bildes 15a ist entstanden, indem eine elektrisch geladene Kugel mit relativ großer Geschwindigkeit an einer ungleichnamig geladenen feststehenden Kugel vorbeischießt; hierbei ist deutlich die auf Grund der Anziehungskraft hervorgerufene Richtungsänderung erkennbar.

Im Bild 15b schwingt das Pendel als „Kegelpendel“ um die ungleichnamig geladene Generatorkugel und beschreibt eine Spirale, die sich rasch verengt. An den länger werdenden Lichtmarken, besonders in unmittelbarer Nähe des Kraftzentrums, ist die Geschwindigkeitszunahme infolge der Anziehung deutlich zu erkennen.

Der Körper stürzt in das Anziehungszentrum hinein (Elektronen in den Atomkern beim RUTHERFORDSchen Atommodell, Meteoriten oder künstliche Satelliten auf die Erde).

Um den Flächensatz bei Anziehungskräften in analoger Weise wie bei abstoßenden Kräften zu demonstrieren, wäre es erforderlich, KEPLER-Ellipsen zu erzeugen. Auf diese Weise ließe sich das zweite KEPLERSche Gesetz für mehrere geschlossene Bahnen experimentell darstellen. Die Bahnen sind allerdings wegen der Reibung und der damit verbundenen Dämpfung nicht geschlossen. Versuche im Vakuum scheiden aus, da hinreichend große Rezipienten nicht zur Verfügung stehen, um den Einfluß der Wände auf die geladenen Kugeln auszuschließen. Schließlich ist es nicht einfach, die Kugeln auf Kreise bzw. Ellipsen zu bringen. Im folgenden wird der Flächensatz, der gleichbedeutend ist mit dem Satz von der Erhaltung des Drehimpulses, mit Hilfe von Pendelversuchen (ohne Feldwirkung) experimentell geprüft.

Bei einem auf einer Ellipsenbahn umlaufenden Pendel ist es einfach, die Tatsache der Flächengleichheit von „Dreiecken“, besser Kreis- oder Ellipsenausschnitten, anschaulich darzustellen (Bild 16a). Den Einfluß der Dämpfung unterdrückt man weitgehend dadurch, daß die als Pendelkörper verwendete Weihnachtsbaumkugel durch Einfüllen von Bleischrot oder Sand schwerer gemacht wird.

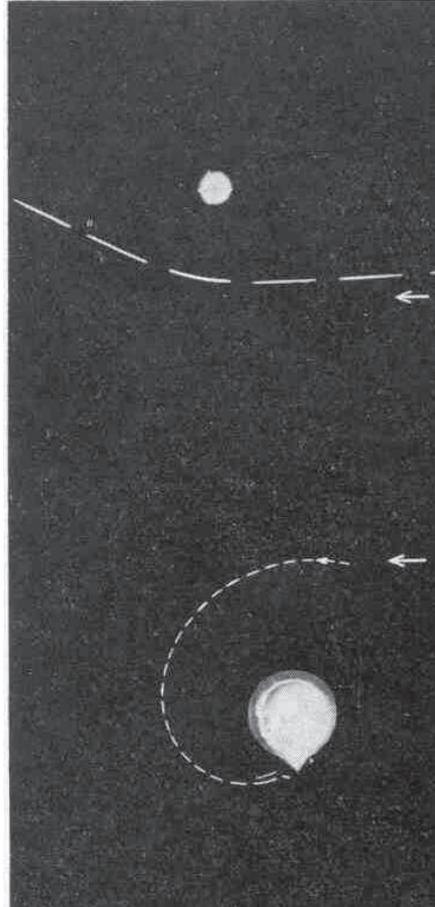


Bild 15 Flächensatz bei ungleichnamig geladenen Körpern

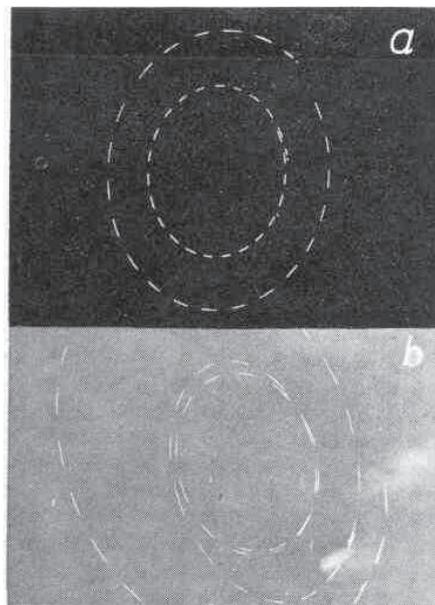


Bild 16 Kegelpendel und Flächensatz  
 a: Die Pendellänge ist während der gesamten Schwingungszeit konstant.  
 b: Kegelpendel und Flächensatz bei veränderlicher Pendellänge

Man erkennt aus dem Bild 16 a, daß für jede einzelne Pendelbahn der Flächensatz gilt. Die innere Bahn nahm das Pendel nach einer Reihe von Umläufen auf Grund der Dämpfung ein. Es gilt in diesem Fall  $\omega = \text{const}$ , d. h. auch  $\omega r^0 = \text{const}$ . Zwischen diesen beiden Pendelbahnen besteht nicht die Beziehung  $\omega \sim \frac{1}{r^2}$ .

Variiert man diesen Versuch nun dadurch, daß man während des Umlaufes des Pendelkörpers die Länge des Pendelfadens verändert (durch Verkürzen oder Verlängern), dann ist die Bestätigung der Beziehung  $\omega \sim \frac{1}{r^2}$  für die Pendelbahnen ebenfalls nicht zu erwarten. Hingegen ist wieder der Flächensatz für jede einzelne Bahn gültig. Aus dem Bild 16 b, das eine Aussage über die Geschwindigkeit  $v$  bzw.  $\omega$  ermöglicht, erkennt man, daß bei Verkürzung des Pendelfadens der Pendelkörper von dem Bahnradius  $r_2$  auf  $r_1$  übergeht, daß aber (auf Grund der Strichlänge der Lichtmarken) die Geschwindigkeit  $v$  in diesem Fall etwa konstant bleibt, d. h., es ist in diesem Fall etwa  $\omega r = \text{const}$ , keinesfalls aber  $\omega \sim \frac{1}{r^2}$ . Von einer ausführlichen formelmäßigen Begründung sei in dieser Arbeit abgesehen, da diese Aufgabe für eine Physik-Olympiade vorgesehen ist.

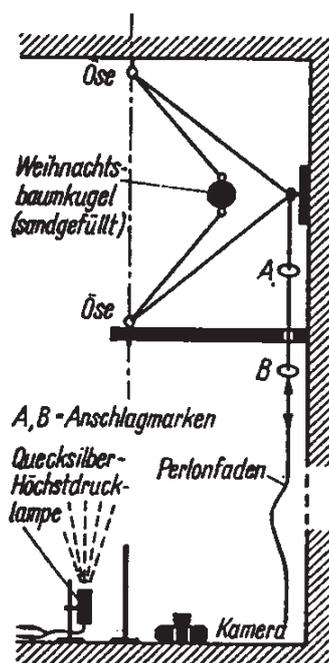


Bild 17 Versuchsaufbau zur Bestätigung der Beziehung  $\omega \sim \frac{1}{r^2}$

Die Beziehung  $\omega \sim \frac{1}{r^2}$  kann – in Abänderung der Pendelversuche – auf folgende Weise bestätigt werden (Bild 17): Ein Körper der Masse  $m$  (Weihnachtsbaumkugel mit Sand bzw. Bleischrot) rotiert um eine vertikale Achse. Er ist an zwei Schnüren befestigt, die durch zwei Ösen geführt sind und durch Ziehen an dem Dederonfaden um eine bestimmte Strecke verkürzt werden können (Anschlagmarken).

Hierdurch verkleinert sich der Radius der Kreisbahn, und der Körper rotiert auf einer Bahn mit kleinerem Radius, aber größerer Winkelgeschwindigkeit. Im Gegensatz zu einer ähnlichen bei KRUMM [9] dargestellten Versuchsanordnung bleibt hier der Körper in derselben Rotationsebene; außerdem wird das Versuchsergebnis photographisch mit Hilfe stroboskopischer Beleuchtung ermittelt und kann quantitativ besser ausgewertet werden. Mit diesem Verfahren können genauere Ergebnisse als bei KRUMM erzielt werden. Im Gegensatz zu der oben angegebenen Stroboskopanordnung wurde als Lichtquelle eine Quecksilber-Höchstdrucklampe HBO 200 verwendet, bei der Motor und Sektorscheibe entfallen. Das Ergebnis ist in Bild 18 dargestellt.

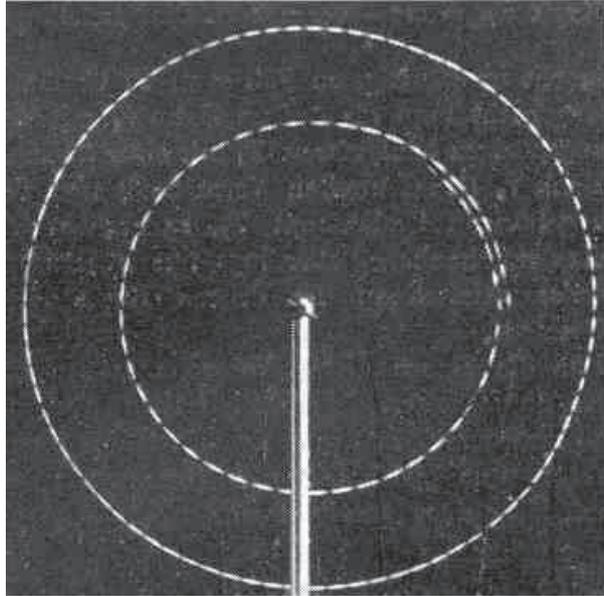


Bild 18 Die Winkelgeschwindigkeiten eines Körpers nach Übergang von einer äußeren Bahn  $r_2 > r_1$  auf eine innere Bahn

Auf beiden Kreisbahnen ist (im Rahmen der Meßgenauigkeit)  $\omega_1 r_1^2 = \omega_2 r_2^2 = \text{const}$ . Damit ist der Flächensatz bestätigt. Selbstverständlich kann man den Körper auch um eine horizontale Achse rotieren lassen, wobei er sich aber auf der einen Hälfte seiner Bahn entgegen der Schwerkraft und auf der anderen Hälfte in Richtung der Schwerkraft bewegt. Mit der verwendeten Stroboskopanordnung konnte selbst bei hinreichend kleinen Winkelgeschwindigkeiten keine Geschwindigkeitsänderung auf ein und derselben Kreisbahn in vertikaler Ebene festgestellt werden; auch hier gilt  $\omega_1 r_1^2 = \omega_2 r_2^2$  oder  $v_1 r_1 = v_2 r_2$ .

Zur Auswertung sei noch folgendes bemerkt: Aus der Erhaltung des Drehimpulses (für Punktmassen) mit der Kreisfrequenz  $\omega = 2\pi\nu$  und der Umlaufzeit  $T = \frac{1}{\nu}$

$$|\mathbf{G}| = mr^2\omega = 2\pi\nu \cdot mr^2 = \frac{2\pi}{T}mr^2 = \text{const}$$

folgt für zwei Umlaufzeiten  $T_1, T_2$  mit den entsprechenden Werten  $r_1, r_2$

$$\frac{r_1^2}{T_1} = \frac{r_2^2}{T_2}.$$

Mißt man die zu dieser Beziehung gehörenden Dreiecke bzw. Kreissektoren, so ergibt sich Flächengleichheit, was gezeigt werden sollte. Im Bild 18 ist deutlich zu erkennen, daß der rotierende Körper auf der inneren Bahn  $r_1 < r_2$  die größere Umlaufgeschwindigkeit  $v_1 > v_2$  besitzt. Für die Umlaufzeit  $T$  gilt  $T = \frac{2\pi r}{v}$ , damit folgt  $\frac{r_1}{r_2} = \frac{v_2}{v_1}$ . Der Quotient  $\frac{v_2}{v_1}$  ist gleich dem Verhältnis der Lichtmarkenlängen  $\Delta s$  auf den betreffenden Kreisbahnen.

Diese Tatsache folgt aus

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\frac{\Delta s_2}{\Delta t_2}}{\frac{\Delta s_1}{\Delta t_1}} = \Delta t_2 = \Delta t_1 \text{ (wegen stroboskopischer Beleuchtung), also ist}$$

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\Delta s_2}{\Delta s_1}.$$

Für die Auswertung der Messung ist also nur die Bestätigung der Beziehung  $r_1 \cdot \Delta s_1 = r_2 \cdot \Delta s_2$  erforderlich, wenn  $\Delta s$  der jeweilige Kreisbogen ist. Der Inhalt des Kreisabschnittes  $A_K$  ist

durch  $A_K = \frac{1}{2}r \cdot \Delta s$  gegeben. Damit ist schließlich der unmittelbare Zusammenhang zwischen Drehimpuls- und Flächensatz gezeigt und der Flächensatz anschaulich dargestellt.

### ***Eine Bemerkung zur Demonstration des dritten Keplerschen Gesetzes***

In der Gleichgewichtsbedingung *Gravitationskraft = Radialkraft* ist das dritte KEPLERSche Gesetz enthalten:

*Die Quadrate der Umlaufzeiten (der Planeten) verhalten sich wie die Kuben der (mittleren) Entfernungen vom Kraftzentrum.*

$$\text{Aus } \Gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} = m_1 \omega^2 r = m_1 \frac{4\pi^2}{T^2} r \quad \text{folgt} \quad T^2 = \text{const} \cdot r^3, \quad \text{also (für eine Kreisbahn)}$$

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{r_1^3}{r_2^3}.$$

Wenn das dritte KEPLERSche Gesetz gilt, dann gilt auch stets der Flächensatz. Die Umkehrung, wenn der Flächensatz erfüllt ist, muß auch das dritte KEPLERSche Gesetz gelten, ist nicht in allen Fällen richtig; sie gilt nur in dem Fall, wenn eine Kraft vorhanden ist, die dem Quadrat der Entfernung vom Kraftzentrum umgekehrt proportional ist. Man kann also mit den Pendelversuchen (mit ungeladenen Kugeln) zur Bestätigung des Flächensatzes keineswegs das dritte KEPLERSche Gesetz demonstrieren.

Es sollen abschließend noch die Verhältnisse diskutiert werden, unter denen mit elektrisch geladener Kugel und VAN-DE-GRAAFF-Generator (näherungsweise) Bedingungen zur Demonstration von Planeten- und Satellitenbewegungen und damit des dritten KEPLERSchen Gesetzes erfüllt werden könnten.

Während bei den Planeten- und Satellitenbewegungen nur zwei Kräfte wirken, die Gravitationskraft  $F_G$  und die Radialkraft  $F_R$ , wirken im Modellversuch zu diesen Bewegungen drei Kräfte: an Stelle der Gravitationskraft die COULOMBkraft  $F_C$ , die Radialkraft  $F_R$  und schließlich noch die rücktreibende Pendelkraft

$$F_p = m \cdot g \cdot \frac{r}{l}.$$

Wenn Kugel und Generatorkopf (gleichnamig) aufgeladen sind, dann erkennt man leicht aus der Ruhelage den Gleichgewichtsabstand zwischen COULOMBkraft und rücktreibender Kraft. Da die rücktreibende Kraft gegenüber der COULOMBkraft vernachlässigbar sein muß, ergibt sich, daß man die Pendelkugel (nach Umladung) in Kreisbahnen kleinerer Radien bringen muß, was auf die bereits erwähnten Schwierigkeiten stößt.

Man kann an und für sich nur die Umlaufzeiten  $T_0$  ohne COULOMBfeld und  $T_m$  mit COULOMBfeld vergleichen. Ohne elektrisches Feld gilt

$$F_R = mg \frac{r}{l} = m\omega^2 r$$

und damit

$$T_0 \sim \frac{1}{\sqrt{F_R}}.$$

Für dieselbe Kreisbahn gilt bei zusätzlicher Wirkung der anziehenden ( + ) COULOMBkraft

$$T_m \sim \frac{1}{\sqrt{F_R + F_C}}.$$

Aus dem Verhältnis der Umlaufzeiten (mit bzw. ohne Feld) läßt sich der Quotient  $\frac{F_R}{F_C}$  bestimmen.

Ist z.B.  $F_C = 3F_R$  bzw.  $F_C = 8F_R$ , so ist

$$T_m \sim \frac{1}{2\sqrt{F_R}} \sim \frac{1}{2}T_0 \quad \text{bzw.} \quad T_m \sim \frac{1}{3\sqrt{F_R}} \sim \frac{1}{3}T_0 \quad .$$

Die Umlaufzeit wird also bei zunehmender elektrischer Anziehung geringer, was man demonstrieren kann.

Es käme bei der Demonstration des dritten KEPLERSchen Gesetzes darauf an, die COULOMBKraft wesentlich größer als die Radialkraft zu machen, was man mit relativ langen Pendelfäden erreicht. Hierbei nimmt allerdings die Luftreibung des Fadens zu, was man z. T. durch Erhöhung der Pendelmasse ausgleichen könnte. Hierdurch wird aber wieder die rücktreibende Kraft  $F_P = mg_l^r$  vergrößert. Die Pendelkugel macht im günstigsten Fall etwa 10 Umläufe.

Vergleicht man die äußere Bahn  $r_1$  mit der zugehörigen Umlaufzeit  $T_1$  mit einer äußeren Bahn  $r_2$  (eines zweiten Versuches!) und der zugehörigen Umlaufzeit  $T_2$ , so ergäbe sich eine anschauliche, allerdings nur näherungsweise Darstellung des dritten KEPLERSchen Gesetzes.

Für die Dauer dieser Versuche müßte die Ladung konstant bleiben. Das ist etwa dadurch zu realisieren, daß man das Band des Generators bei gleichbleibender Geschwindigkeit mit Hilfe eines Motors bewegt.

### ***Impuls- und Energieerhaltung beim elastischen Stoß***

Die Stoßgesetze haben nicht nur für die Mechanik, sondern auch für die Atomphysik eine außerordentlich große Bedeutung. Die von K. HECHT [7] angegebene Methode, durch Schattenprojektion von schwingenden Pendeln die Impulsvektoren darzustellen, wurde von uns [5] mit Hilfe der Staubfigurenmethode verbessert. Im folgenden werden einige Versuchsmöglichkeiten mit Weihnachtsbaumkugeln zum Impulserhaltungssatz beschrieben.

#### *Der Impulsvektor und seine Komponenten*

Zwei gleichartige Weihnachtsbaumkugeln werden an isolierenden, 2m bis 3m langen Fäden so aufgehängt, daß sie sich in der Nullage gerade berühren.

Eine dieser Kugeln (1) wird etwa 20cm ausgelenkt und auf die andere Kugel (2) gestoßen. Mit Hilfe einer stroboskopischen Beleuchtung erhält man eine photographische Aufzeichnung der Stoßbahnen mit Zeitmarken, deren günstiger Abstand bei 2m bis 3m Fadenlänge etwa  $\frac{1}{20}$ s beträgt (Bild 19 und 20).

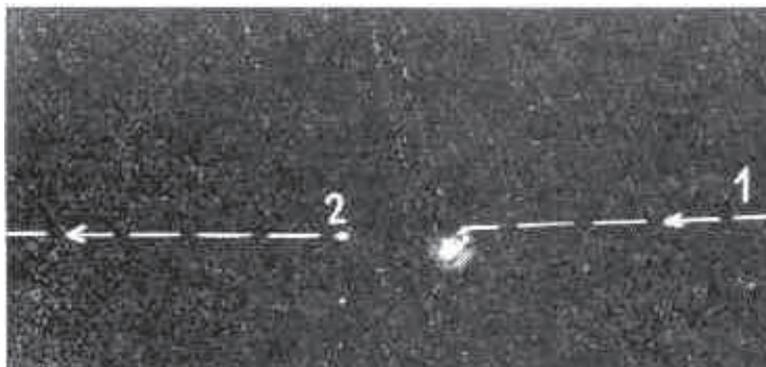


Bild 19 Bahnen mit Zeitmarken beim mechanischen zentralen Stoß  
(Die Pfeile wurden nachträglich eingezeichnet.)

Eine quantitative Auswertung, die zu den Beziehungen

$$m_1 \mathbf{v}_1 = m_2 \mathbf{u}_2 \text{ beim zentralen Stoß (Bild 19) und}$$

$$m_1 \mathbf{v}_1 = m_1 \mathbf{u}_1 + m_2 \mathbf{u}_2 \text{ beim nichtzentralen Stoß}$$

(Bild 20a) führt, ist möglich ( $m_1$ : Masse der stoßenden Kugel,  $m_2$ : Masse der gestoßenen Kugel,  $\mathbf{v}_{1,2}$ : Geschwindigkeiten vor dem Stoß,  $\mathbf{u}_{1,2}$ : Geschwindigkeiten nach dem Stoß).

(Geschwindigkeiten sind gerichtete Größen, also Vektoren, die hier durch „fette“ Buchstaben gekennzeichnet werden.)

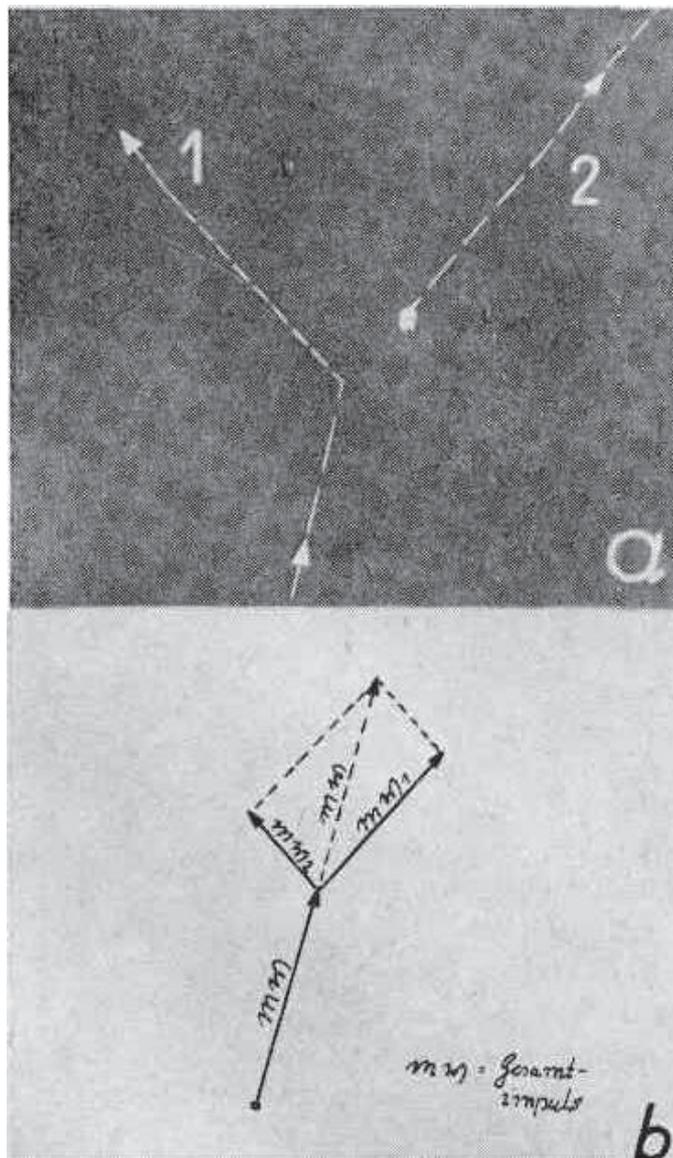


Bild 20 Bahnen mit Zeitmarken beim mechanischen nichtzentralen Stoß zweier Weihnachtsbaumkugeln  
(Die Pfeile wurden nachträglich eingezeichnet.)

Diese (möglichst parallaxenfreien) photographisch fixierten Stoßbahnen bieten eine Möglichkeit, den Vektorcharakter des Impulses zu demonstrieren. Zu diesem Zweck entnimmt man dem Bild 20a mit einem Stechzirkel vom Stoßzentrum ausgehend die Bahnlängen für beispielsweise drei Zeiteinheiten und überträgt sie winkelgetreu auf ein Blatt Papier. Durch vektorielle Addition der beiden Impulsvektoren nach dem Stoß erhält man als Resultierende einen Vektor, der mit dem Impuls der stoßenden Kugel identisch ist (Bild 20b).

Der Energieerhaltungssatz kann bei diesen Stößen nicht exakt bestätigt werden, da es sich nicht um voll elastische Stöße handelt. Dies erkennt man im Bild 19 unmittelbar daran, daß die Licht- und Dunkelabschnitte der Bahnspur der gestoßenen Kugel (2) kürzer sind als jene der stoßenden Kugel (1). Die Ursache dafür dürfte einmal der nichtzentrale Stoß sein (Kugel 1 bleibt nicht nach erfolgtem Stoß sofort in Ruhe) und zum anderen die auftretenden Reibungsverluste. Außerdem überlagern sich der translatorischen Bewegung der Kugel geringe Torkelbewegungen, die ebenfalls zu nichterfaßbaren Energieverlusten führen.

Bei nichtzentralen Stößen (Bild 20) erfolgt die Überprüfung des Energieerhaltungssatzes gemäß der Beziehung

$$\frac{m}{2} \mathbf{v}^2 = \frac{m_1}{2} \mathbf{u}_1^2 + \frac{m_2}{2} \mathbf{u}_2^2$$

$$\mathbf{s}^2 = \mathbf{s}_1^2 + \mathbf{s}_2^2,$$

bzw.

wenn  $m = m_1 = m_2$  und  $\mathbf{v} = \frac{\mathbf{s}}{t}$ ;  $\mathbf{u}_1 = \frac{\mathbf{s}_1}{t_1}$ ;  $\mathbf{u}_2 = \frac{\mathbf{s}_2}{t_2}$  mit  $t = t_1 = t_2$  gesetzt werden.

Diese Gleichung ist bei den vorliegenden Experimenten nicht erfüllt. Die Ursachen sind Energieverluste infolge Reibung und Torkelbewegungen sowie die nicht genaue Massengleichheit. H. BROCKMEYER veröffentlichte im Heft 6/1964 der Zeitschrift „Praxis der Naturwissenschaften“ skroboskopische Aufnahmen von Stoßversuchen mit Stahlkugeln (Pendel). Er demonstrierte damit u. a. neben dem Impulserhaltungssatz auch den Energieerhaltungssatz. (Wird fortgesetzt.)

*Dr. Horst Melcher, Manfred Gläser, Ewald Gerth*

**Literatur:** Siehe Seite 27 !

# Experimente mit versilberten Hohlkugeln

(Teil III)

*Im folgenden bringen wir den letzten Teil der Arbeit über Experimente mit versilberten Hohlkugeln. Der Teil I wurde im Heft 9 und der Teil II im Heft 10 unserer Zeitschrift veröffentlicht.*

*Die Redaktion*

## ***Unselbständige Kondensatorentladung durch Ionisierung***

### *Ionisierung durch thermische Energie (Flamme)*

Mit Hilfe zweier Weihnachtsbaumkugeln, die an etwa 1 m bis 3 m langen gut isolierenden Fäden an einem gemeinsamen Punkt aufgehängt sind, läßt sich die Wirkung einer Flamme, Ladungsträger zu erzeugen, sehr eindrucksvoll demonstrieren (Bild 21). Die Kugeln werden gleichnamig so weit aufgeladen, daß ihr Abstand auf Grund der Abstoßung einige Zentimeter beträgt. Nachdem sich ein stabiler Zustand eingestellt hat, bei dem sich der Kugelabstand nicht merklich verringert, bringt man eine Flamme (brennendes Streichholz, Gasflamme) in die Nähe der Kugeln und beobachtet, daß sich die Kugeln verhältnismäßig schnell einander nähern. Man kann den Entladungsvorgang unterbrechen, indem man den Ionisator entfernt. Beim Annähern der Quelle setzt der Entladungsvorgang wieder ein. Im Gegensatz zu ähnlichen Versuchen mit einem Plattenkondensator wird hierbei der Ladungszustand direkt am Ladungsträger und nicht an einem zusätzlichen Instrument (Elektroskop) demonstriert. Diese Versuchsanordnung erweist sich empfindlicher als diejenige mit dem gebräuchlichen Plattenkondensator.

Zur Feststellung des Kugelabstandes hat sich der in Bild 5 dargestellte Aufbau bewährt.

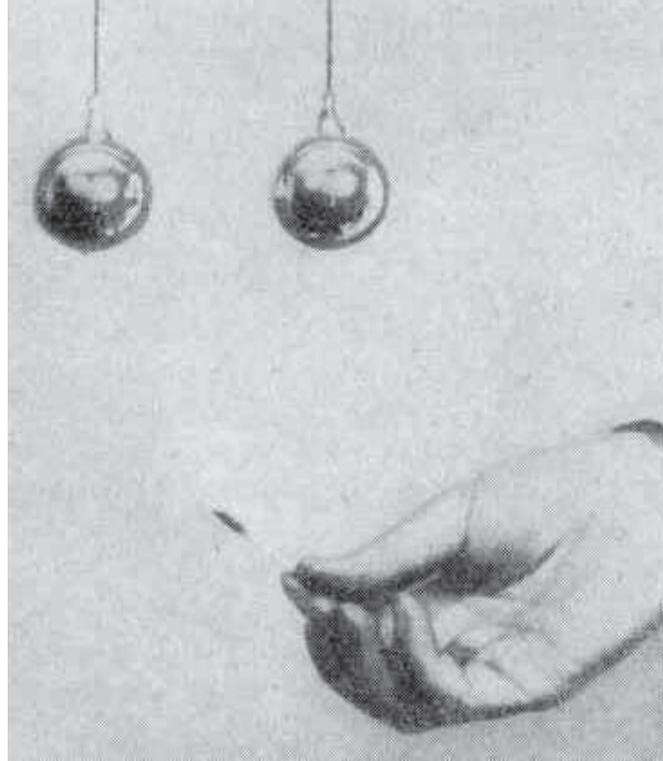


Bild 21 Kondensatorentladung durch eine Flamme

### *Ionisierung durch starke elektrische Felder (Funken- und Koronaentladungen)*

Der Nachweis, daß durch starke elektrische Felder (besonders an Spitzen) ebenfalls Ladungsträger erzeugt werden, kann auf folgende Weise geführt werden:

In der Nähe der aufgeladenen Weihnachtsbaumkugeln (etwa in 30 cm Abstand) befindet sich eine Hochfrequenzspritze, ein Funkeninduktor oder ein Teslatransformator (Bild 22). Sobald die Spitzenentladungen einsetzen, entladen sich die Kugeln innerhalb weniger Sekunden. Die in der Nähe der Spitzen erzeugten Ladungsträger entladen die Kugeln. Durch Abstands- und Ortsänderungen kann man die Entladungszeit variieren.

### *Ionisierung durch Quantenstrahlung (Röntgenstrahlen bzw. ultraviolettes Licht)*

Röntgenstrahlen erzeugen auf ihrem Weg durch Stoffe Ionen und geben auf diese Weise allmählich ihre Energie ab. Die in Luft durch Röntgenstrahlen erzeugten Ladungsträger kann man mit dem oben beschriebenen Versuchsaufbau nachweisen.

In etwa 50 cm Abstand von den aufgeladenen Weihnachtsbaumkugeln befindet sich eine Schülerröntgenröhre, die zu den Kugeln hin durch eine Blei- oder Eisenplatte abgeschirmt ist. Die Antikathode ist auf die Kugeln zu gerichtet. Die Röhre wird kurzzeitig in Betrieb genommen. Nach 1s bis 4s sind die Kugeln entladen.

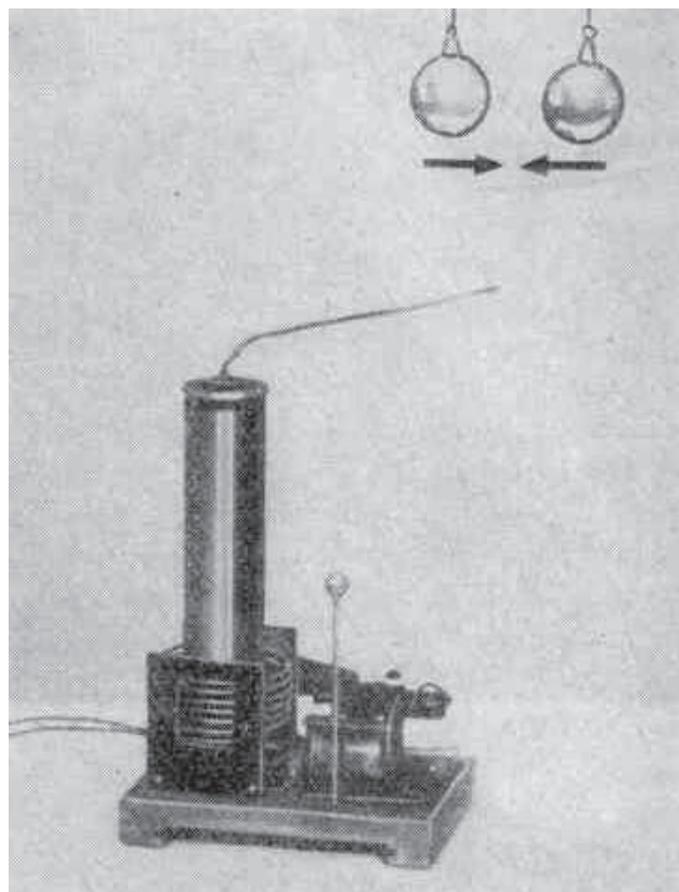


Bild 22 Kondensatorentladung durch ein starkes elektrisches Feld

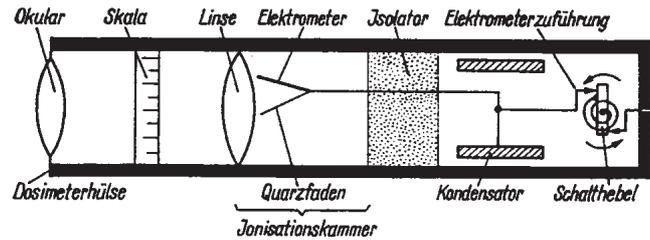


Bild 23 Taschendosimeter nach HÖFLING [10] mit freundlicher Genehmigung von Autor und Verlag

Den unmittelbaren Einfluß des Funkeninduktors eliminiert man, indem man ihn in größerer Entfernung von den Kugeln aufstellt. Man zeigt die Entladung der Pendelkugeln mit der am Funkeninduktor angeschlossenen Röntgenröhre und zum Vergleich mit dem Induktor allein.

Bringt man in den Strahlengang gleich große (30 cm × 30 cm) Bleche aus verschiedenen Stoffen (Eisen, Blei, Pappe, Holz) gleicher Dicke, so ergeben sich unterschiedliche Entladungzeiten. Bei entsprechenden Schutzmaßnahmen (Einbau der Röhre in einen Schutzkasten und Ausblendung eines schmalen Strahlenbündels), lassen sich durch Messung der jeweils notwendigen Entladungsdauer Schwächungskurven der Röntgenstrahlen an verschiedenen Substanzen aufnehmen. Daraus kann man die für den Strahlenschutz notwendigen Materialdicken berechnen.

An Hand dieses Versuches läßt sich auch die Wirkungsweise eines Taschendosimeters erläutern (Bild 23). Personen, die ständig mit Röntgen- oder Gammastrahlen arbeiten, tragen diese Dosimeter zur Messung der während eines Arbeitstages (oder -woche) empfangenen Strahlendosis. Diese Füllhalterdosimeter enthalten einen Kondensator (analog Weihnachtsbaumkugeln und Erde), dessen eine Elektrode ein feines Elektrometerfädchen ist. Die Röntgen- oder Gammastrahlen, die in das Dosimeter eindringen, erzeugen dort Ionen, die den Kondensator allmählich entladen. Eine eingebaute Optik (Lupe) ermöglicht das Ablesen des Fädchenausschlages der in Milliröntgen (mr) geeichten Skale. Es muß darauf hingewiesen werden, daß mit diesen Füllhalterdosimetern die Strahlendosis einer Ionenröntgenröhre, wie sie in den Schulen meist vorhanden sind, nicht gemessen werden kann, da diese Dosimeter nur für einen Energiebereich von etwa 1 MeV geeicht sind.

Bestrahlt man den Raum zwischen den aufgeladenen Weihnachtsbaumkugeln und einer in etwa 10 cm von diesen sich befindenden geerdeten Elektrode (Gehäuse der Bogenlampe) mit ultraviolettem Licht, so entladen sich die Kugeln verhältnismäßig schnell (Bild 24). Das ultraviolette Licht wird beispielsweise von einer Kohlebogenlampe oder von einer Quecksilberhöchstdrucklampe geliefert, die man in etwa 10 cm Abstand vor den Weihnachtsbaumkugeln aufstellt.

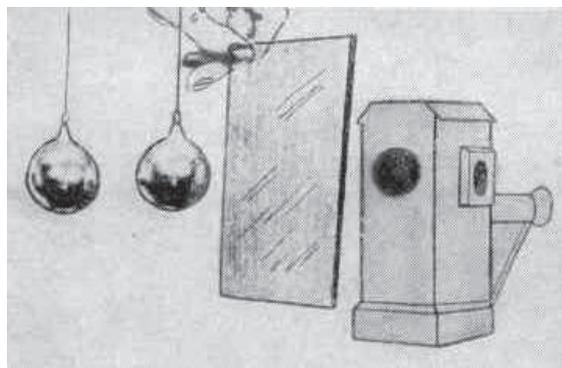


Bild 24 Kondensatorentladung durch ultraviolettes Licht

Zunächst zeigt man, daß die aufgeladenen Kugeln ihre Ladung sehr lange ( $> 10$  min) behalten. Danach bestrahlt man und stellt fest, daß die Kugeln sich innerhalb von etwa 5 min entladen. Filtert man das Licht der Bogenlampe oder der Quecksilberhöchstdrucklampe mit einer Fensterglasscheibe, so dauert die Entladung der Kugeln wieder wesentlich länger. Mit Hilfe von Filtern kann man die ionisierende Wirkung in den einzelnen Spektralbereichen untersuchen. Man kann u. a. zeigen, daß das Fensterglas das UV-Licht der verwendeten Lichtquellen (nahezu) absorbiert, Quarzglas hingegen für die UV-Strahlung durchlässig ist. Den Ionisationseffekt verstärkt man, wenn das UV-Licht, noch auf eine (amalgamierte) Zinkplatte trifft. Die durch äußeren Photoeffekt ausgelösten Elektronen bewirken eine zusätzliche Ionisation. Es wird darauf hingewiesen, daß man auf diese Weise auch den HALLWACHS-Effekt demonstrieren kann.

#### *Ionisierung durch Kernstrahlung ( $\alpha$ -Teilchen)*

Ionisierende Kernstrahlung bewirkt ebenfalls eine Entladung der Kugeln. Da beide Kugeln gleichnamig aufgeladen sind, ist in der Nähe der Kugeln eine Erdungselektrode anzubringen. Dazu dient am besten die geerdete Präparathalterung. Als Präparat kommen nur ein reiner  $\alpha$ - oder ein  $\alpha$ -Strahlen emittierender Mischstrahler in Frage, da  $\beta$ - und  $\gamma$ -Strahlen bei zulässigen Aktivitäten eine zu geringe Ionisation besitzen. Der Versuchsaufbau ist in Bild 25 wiedergegeben.

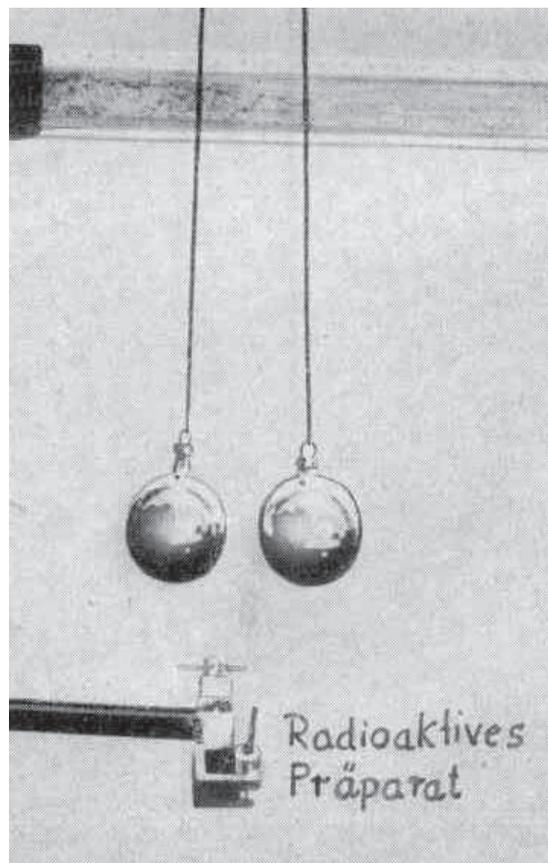


Bild 25 Kondensatorentladung durch ein radioaktives Präparat

Zunächst befindet sich an Stelle des radioaktiven Präparats, z.B. etwa  $15 \mu\text{C } ^{210}\text{Po}$  auf Stift, eine Attrappe in der Halterung, um die Einflüsse veränderter Geometrie auszuschließen. Dann werden die Kugeln aufgeladen und durch mehrmaliges Ausmessen des Abstandes über 5 min bis 10 min festgestellt, daß sich die Kugeln nicht oder nur unwesentlich entladen haben.

Danach tauscht man die Attrappe gegen das Präparat aus und mißt wiederum die Abstandsänderung innerhalb von 5 min bis 10 min. Man stellt eine schnellere Abstandsverringering und damit eine durch die Strahlen bewirkte Entladung der Kugeln fest.

### *Die Exponentialfunktion für die Entladung eines Kondensators*

Die Entladung eines Kondensators wird häufig als Analogieversuch zu dem wichtigen Begriff der Halbwertszeit einer radioaktiven Substanz bzw. zur experimentellen Aufnahme der in der Physik oft auftretenden e-Funktion benutzt. Zwei gleichgroße isoliert aufgehängte und gleichnamig aufgeladene Weihnachtsbaumkugeln stellen mit der Erde zwei parallel geschaltete Kondensatoren mit der Gesamtkapazität  $2C$  dar. Die Entladung der Kugeln erfolgt über die nicht vollkommen isolierende Aufhängung und durch die Feuchtigkeit der Luft. Bei trockener Luft entladen sich die Kugeln praktisch nur über den Widerstand  $R$  der Aufhängung, der für kürzere Zeitabschnitte (Stunden) konstant ist, sich aber über Tage infolge von Staubablagerungen und Veränderung des Feuchtigkeitsgehaltes der Schnur (Haar) verändern kann. Setzt man voraus, daß die Anfangsladung gleichmäßig auf beide Kugeln zu  $Q_1 = Q_2 = Q_0$  verteilt ist, so nimmt die Ladung einer Kugel nach der Funktion

$$Q = Q_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

ab. Je größer das  $RC$ -Glied ist, um so langsamer fließt die Ladung ab. In Analogie zu der Abklingkurve einer radioaktiven Substanz kann man die Zeit, in der die Hälfte der anfangs noch vorhandenen Ladung abgeflossen ist, als „Halbwertszeit“  $T$  bezeichnen. Für sie gilt

$$\frac{Q}{Q_0} = \frac{1}{2} = e^{-\frac{T}{RC}} \quad \text{oder} \quad T = RC \cdot \ln 2.$$

Hieraus kann man z.B. bei bekannter Kapazität  $C$  den Widerstand  $R$  bestimmen.

Nach Verstreichen der zwei-, drei-, vier-, . . .  $n$ -fachen Halbwertszeit ist von der ursprünglichen Ladung nur noch  $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{2^n}$ , vorhanden.

Als Maß für den Ladungszustand dieses Kondensators kann auch der Abstand der sich abstoßenden Weihnachtsbaumkugeln dienen. Hierzu setzt man die Absolutbeträge der rüctreibenden Pendelkraft  $F_P$  und der COULOMBSchen Abstoßungskraft  $F_C$  gleich

$$F_P = F_C,$$

$$\frac{mg}{l} \cdot \frac{r}{2} = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{1}{r^2},$$

und erhält für  $Q = Q_1 = Q_2$

$$Q = \sqrt{2\pi\epsilon \cdot \frac{mg}{l} \cdot r^3}.$$

Setzt man diesen Wert in die obige Formel für die zeitliche Abnahme der Ladung ein, so erhält man nach einigen elementaren Umformungen auch für die Verringerung des Abstandes  $r$  in Abhängigkeit von der Zeit  $t$  eine Exponentialfunktion:

$$r = r_0 \cdot e^{-\frac{2t}{3RC}}.$$

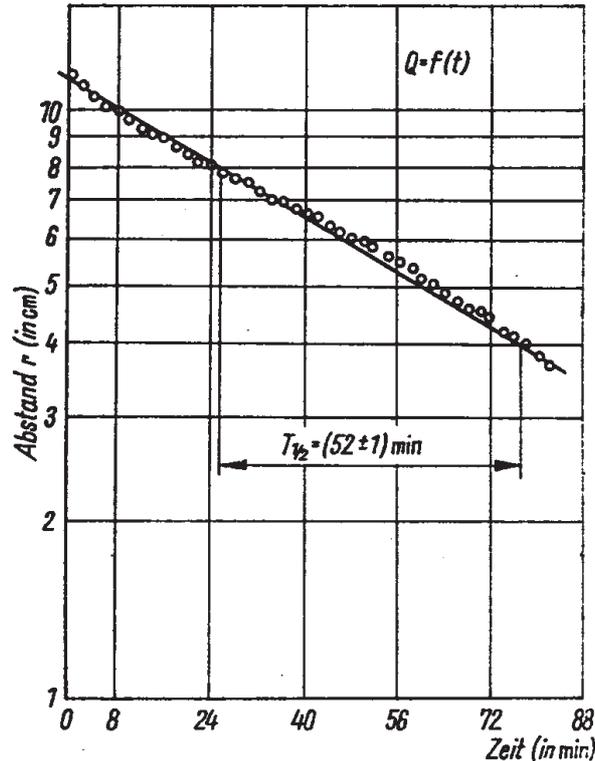


Bild 26 Die Exponentialfunktion für die Entladung eines Kondensators

Das Bild 26 zeigt das Ergebnis einer diesbezüglichen Messung. In gleichen Zeitabständen wurde der Mittelpunktabstand aus dem dicht über den Kugeln auf ein Lineal projizierten Fadenabstand bestimmt. Die Darstellung des Logarithmus der Abstände über der Zeit (einfach-logarithmisches Koordinatensystem) ergibt eine Gerade, woraus sich die exponentielle Abstandsabnahme und damit auch die exponentielle Ladungsabnahme der sich über einen konstanten Widerstand  $R$  entladenen Kapazität ergibt.

Unter Verwendung der Gleichung

$$Q = \sqrt{2\pi\epsilon \cdot \frac{mg}{l}} \cdot r^3$$

kann man die Ladung, die die Kugeln zu einer Zeit  $t$  im Abstand  $r$  tragen, ausrechnen.

Beispiel:

$$m = 3 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

$$r = 0,1 \text{ m}$$

$$l = 3 \text{ m}$$

$$\epsilon = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$$

$$Q = \left( 5,45 \cdot 10^2 \cdot 10^{-18} \frac{\text{A kg m}^2}{\text{V s}} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$Q = 2,33 \cdot 10^{-8} \text{ As} \pm 10\% \text{ (geschätzt);} \quad 1 \text{ V} = 1 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2 \cdot \text{A}}$$

Es befinden sich demnach insgesamt

$$\frac{2,33 \cdot 10^{-8} \text{ As}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ As}} = 1,45 \cdot 10^{11} \approx 1,5 \cdot 10^{11}$$

Elementarladungen auf der Kondensatoroberfläche.

## *Schlußbemerkung*

Außer den hier angeführten und beschriebenen Versuchsmöglichkeiten können Weihnachtsbaumkugeln noch für eine Reihe anderer Demonstrationszwecke eingesetzt werden, worüber zu gegebener Zeit berichtet werden soll. Da die zur Demonstration physikalischer Erscheinungen und Gesetzmäßigkeiten verwendeten Objekte den Schülern aus dem Alltag bekannt sind, ist u. a. ein größeres Augenmerk auf das Wesentliche des Versuches und der Anreiz zum selbständigen außerunterrichtlichen Experimentieren gegeben.

*Dr. Horst Melcher, Manfred Gläser, Ewald Gerth*

## **Literatur**

- [1] Melcher, H., E. Gerth und M. Gläser: Hohlkugeln für elektrostatische Versuche.  
In „Die Naturwissenschaften“ **51** (1964), Heft 8, S. 186.
- [2] Melcher, H., E. Gerth und H. J. Wilke:  
Das magnetische Kraftgesetz unter Berücksichtigung der Geometrie der Pole.  
In „Praxis der Naturwissenschaften“ **11** (1962), Heft 6, S. 151.
- [3] Schallreuter, W.: Einführung in die Physik. Band II.  
VEB Wilhelm Knapp Verlag, Halle (Saale) 1954, S. 207.
- [4] Bergmann, L., und Ch. Schaefer: Experimentalphysik. Band II.  
Walter de Gruyter & Co., Berlin 1956, S. 11.
- [5] Melcher, H., und M. Gläser: Die Anwendung der Staubfigurenmethode  
zur experimentellen Darstellung ebener Bahnfiguren und Bahnbewegungen.  
In „Praxis der Naturwissenschaften“ **13** (1964), Heft 2.
- [6] Jakowlew, K. P.: Demonstrationslektionen zur Physik.  
Heft 9: Bau des Atoms und Kernprozesse.  
Staatlicher Verlag für physikalisch-mathematische Literatur, Moskau 1959.
- [7] Hecht, K.: Die Beobachtung der Impulsvektoren bei Stoßversuchen.  
In „Praxis der Naturwissenschaften“ **10** (1961), Heft 3.
- [8] Melcher, H., und E. Gerth: Pendelkopplung durch Felder.  
In „Experimentelle Technik der Physik“ Jahrgang 1964, Heft 2.
- [9] Krumm, E.: Eine quantitative Versuchsanordnung zum Flächensatz.  
In „Praxis der Naturwissenschaften“ **5** (1956), Heft 2, S. 4.
- [10] Höfling, O.: Strahlengefahr und Strahlenschutz.  
Reihe „Mathematisch-naturwissenschaftliche Taschenbücher“ Band 1/2.  
Ferd. Dummlers Verlag, Bonn 1961, S. 127.